

Kisérettségi feladatgyűjtemény

Halmazok

1. Egy fordítóiroda angol és német fordítást vállal. Az irodában 50 fordító dolgozik, akiknek 70%-a angol nyelven, 50%-a német nyelven fordít. Hány fordító dolgozik mindkét nyelven? Válaszát indokolja!
2. Sorolja fel az $A = \{1; 10; 100\}$ halmaz összes kételemű részhalmazát!
3. Az A és a B halmazok a számegegyenes intervallumai: $A = [-1,5 ; 12]$, $B = [3 ; 20]$. Adja meg az $A \cup B$ és a $B \cap A$ halmazokat!
4. Egy rejtvényújságban egymás mellett két, szinte azonos rajz található, amelyek között 23 apró eltérés van. Ezek megtalálása a feladat. Először Ádám és Tamás nézték meg figyelmesen az ábrákat: Ádám 11, Tamás 15 eltérést talált, de csak 7 olyan volt, amelyet mindketten észrevettek. Hány olyan eltérés volt, amelyet egyikük sem vett észre?
5. Az A és a B halmazokról a következőket tudjuk: $A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$, $A \setminus B = \{5; 7\}$, $A \cap B = \{1; 2\}$. Adja meg az A és a B halmaz elemeit!
6. Az A halmaz elemei a 10-nél nem kisebb és a 20-nál nem nagyobb páros számok, a B halmaz elemei a négyvel osztható pozitív számok. Adja meg az $A \cap B$ halmaz elemeit!

Algebra

7. Egy televíziós vetélkedőn 20 játékos vesz részt. A műsorvezető kérdésére a lehetséges három válasz közül kell a játékosoknak az egyetlen helyes megoldást kiválasztani, melyet az A , a B vagy a C gomb megnyomásával jelezhetnek. A vetélkedő három fordulóból áll, minden fordulóban négy kérdésre kell válaszolni. Amelyik versenyző hibásan válaszol, 0 pontot kap. A helyes válaszért annyi pont jár, ahány helytelen válasz született (pl. ha Péter jól válaszol és 12-en hibáznak, akkor Péter 12 pontot szerez).
 - a) Töltse ki az első forduló táblázatának hiányzó adatait!

Első forduló eredményei	1. kérdés	2. kérdés	3. kérdés	4. kérdés
Anikó válasza	helyes	hibás	helyes	
Jó válaszok száma	7	10		8
Anikó elért pontszáma			5	0

b) Hány százalékkal növekedett volna Anikó összpontszáma az első fordulóban, ha a második kérdésre is jól válaszolt volna? (A többi játékos válaszát változatlanak képzeljük.)

8. Oldja meg a $\frac{3}{x} - \frac{2}{x+2} = 1$ egyenletet a valós számok halmazán, és végezze el az ellenőrzést!

9. Az a és b valós számokról tudjuk, hogy $\frac{a^2 - b^2}{a - b} = 20$. Mekkora $a + b$ értéke?
10. Jelölje meg annak a kifejezésnek a betűjelét, amelyik az $ax^2 + dx + e = 0$ egyenlet diszkriminánsa, ha $a \neq 0$.
- a)** $d^2 - ae$ **b)** $d^2 - 4ae$ **c)** $\sqrt{d^2 - 4ae}$
11. Írja fel az $\left(\frac{x}{y}\right)^{-2}$ kifejezést (ahol $x \neq 0$ és $y \neq 0$) úgy, hogy ne szerepeljen benne negatív kitevő!
12. A b , a d és az e tetszőleges valós számot jelöl. Adja meg azoknak az egyenlőségeknek a betűjelét, amelyik biztosan igazak (azonosság)!
- A:** $d^2 + e^2 = (d + e)^2$
B: $d^2 + 2de + e^2 = (d + e)^2$
C: $d^2 + de + e^2 = (d + e)^2$
D: $b^3 + b^7 = b^{10}$
E: $(b^3)^7 = b^{21}$
F: $b^4 b^5 = b^{20}$
13. Melyik $(x; y)$ valós számpár megoldása az alábbi egyenletrendszernek?
 $2x - 6y = 4$
 $3x + 5y = 20$
14. Oldja meg az alábbi egyenletet! $\sqrt{x + 2} = x$
15. Egyszerűsítse a következő törtet! ($a; b$ valós szám, $a \cdot b \neq 0$) $\frac{a^2b - 2ab}{ab}$
16. Oldja meg a valós számpárok halmazán a következő egyenletrendszert!
 $x \cdot y = 600$
 $(x - 10) \cdot (y + 5) = 600$
17.
Egy mobiltársaság Telint néven új mobilinternet csomagot vezet be a piacra január elsején. Januárban 10 000 új előfizetőt várnak, majd ezután minden hónapban az előző havinál 7,5%-kal több új előfizetőre számítanak. Abban a hónapban, amikor az adott havi új előfizetők száma eléri a 20 000-et, a társaság változtatni szeretne a Telint csomag árán.
Számítsa ki, hogy a tervek alapján melyik hónapban éri el a Telint csomag egyhavi új előfizetőinek a száma a 20 000-et!
18. Egy teherautóval több zöldségboltba almát szállítottak. Az egyik üzletbe 60 kg jonatánt, 135 kg starkingot, 150 kg idaredet és 195 kg golden almát vittek. A jonatán és az idared alma kilóját egyaránt 120 Ft-ért, a starking és a golden kilóját 85 Ft-ért árulta a zöldséges.
- a)** Hány százalékkal volt drágább a jonatán alma kilója a goldenéhez képest?
b) Mennyi bevételhez jutott a zöldséges, ha a teljes mennyiséget eladta?
- 19.** Oldja meg a $7 + x < -2 \cdot (x - 2)$ egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!
20. Oldja meg az $x^2 + x - 6 \leq 0$ egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

21. Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$\frac{x-1}{2} + \frac{2x}{5} = 4$$

22. Mely x valós számokra igaz, hogy $|x + 3| - 4 = 7$?

23.

A munkavállaló **nettó** munkabérét a **bruttó** béréből számítják ki levonások és jóváírások alkalmazásával.

Kovács úr **bruttó** bére 2010 áprilisában 200 000 forint volt.

A 2010-ben érvényes szabályok alapján különböző járulékokra ennek a bruttó bérnek összesen 17%-át vonták le. Ezen felül a bruttó bérből személyi jövedelemadót is levontak, ez a bruttó bér 127%-ának a 17%-a volt. A levonások után megmaradó összeghez hozzáadtak 15 100 forintot adójóváírásként. Az így kapott érték volt Kovács úr **nettó** bére az adott hónapban.

a) Számítsa ki, hogy Kovács úr **bruttó** bérének hány százaléka volt a **nettó** bére az adott hónapban!

Szabó úr **nettó** bére 2010 áprilisában 173 015 forint volt. Szabó úr fizetésénél a levonásokat ugyanazzal az eljárással számították ki, mint Kovács úr esetében, de ebben a hónapban Szabó úr csak 5980 forint adójóváírást kapott.

b) Hány forint volt Szabó úr **bruttó** bére az adott hónapban?

24. Egy 40 000 Ft-os télikabátot a tavaszi árleszállításkor 10%-kal olcsóbban lehet megvenni. Mennyi a télikabát leszállított ára?

25. Az iskola rajztermében minden rajzasztalhoz két széket tettek, de így a legnagyobb létszámú osztályból nyolc tanulónak nem jutott ülőhely. Minden rajzasztalhoz betettek egy további széket, és így hét üres hely maradt, amikor ebből az osztályból mindenki leült. Hány rajzasztal van a teremben? Hányan járnak az iskola legnagyobb létszámú osztályába?

26.

Bea édesapja két és félszer olyan idős most, mint Bea. 5 év múlva az édesapa 50 éves lesz. Hány éves most Bea?

27.

Augusztus végén egy család 9 000 Ft-ot költött a kilencedik osztályt kezdő gyerekek legfontosabb iskolaszereire. A tankönyvek, a füzetek, illetve az egyéb apróságok árának aránya ezen az összegen belül 14:5:1. Mennyit költöttek ebből a pénzből a gyerek tankönyveire, füzetekre?

Függvények

28. Adja meg a $[-2; 3]$ intervallumon értelmezett $f(x) = x^2 + 1$ függvény értékkészletét!

29. Adja meg a valós számok halmazán értelmezett $x \mapsto x^2 - 5x$ másodfokú függvény zérushelyeit! Számítsa ki a függvény helyettesítési értékét az 1,2 helyen!

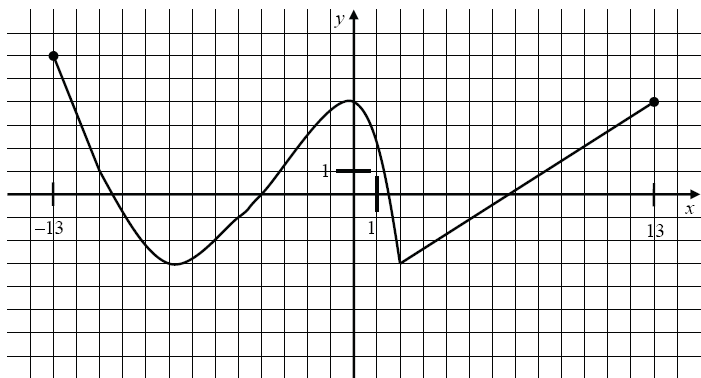
30. Az f és g függvényeket a valós számok halmazán értelmezzük a következő képletek szerint: $f(x) = (x + 1)^2 - 2$; $g(x) = -x - 1$.

a) Ábrázolja derékszögű koordináta-rendszerben az f függvényt! (Az ábrán szerepeljen a grafikonnak legalább a $-3,5 \leq x \leq 1$ intervallumhoz tartozó része.)

b) Ábrázolja ugyanabban a koordináta-rendszerben a g függvényt!

c) Oldja meg az $(x + 1)^2 - 2 \leq -x - 1$ egyenlőtlenséget!

31. Adjon meg egy olyan zárt intervallumot, ahol a grafikonjával megadott alábbi függvény csökkenő!



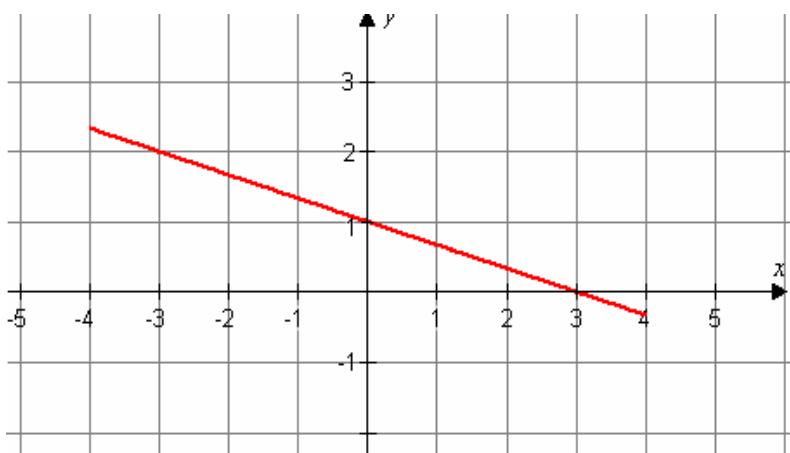
32. A valós számok halmazának mely legbővebb részhalmazán értelmezhető az $\frac{1}{|x|-2}$ kifejezés?

33. Rajzolja fel a $[-3; 3]$ intervallumon értelmezett $x \mapsto |x| - 1$ függvény grafikonját!
Mennyi a legkisebb függvényérték?

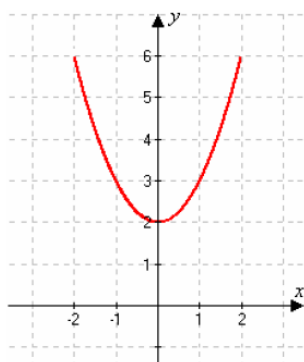
34. Melyek azok az x valós számok, amelyekre nem értelmezhető az $\frac{1}{x^2 - 9}$ tört?

35. Ábrázolja az $f(x) = \frac{1}{2}x - 4$ függvényt a $[-2; 10]$ intervallumon!

36. Az ábrán egy $[-4; 4]$ intervallumon értelmezett függvény grafikonja látható. Adja meg a függvény hozzárendelési szabályát!



37. Az ábrán egy $[-2; 2]$ intervallumon értelmezett függvény grafikonja látható. Válassza ki a felsoroltakból a függvény hozzárendelési szabályát!



- A:** $x \rightarrow x^2 - 2$
B: $x \rightarrow x^2 + 2$
C: $x \rightarrow (x+2)^2$

Határozza meg a $[-2; 2]$ intervallumon értelmezett függvény értékkészletét!

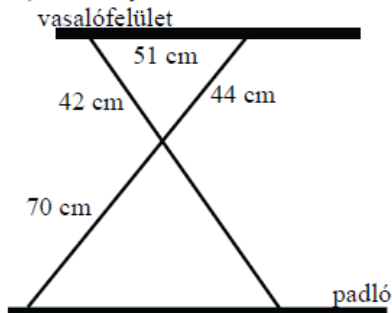
38. A valós számok halmazán értelmezett $x \rightarrow -(x-1)^2 + 4$ függvénynek minimuma vagy maximuma van? Adja meg a szélsőérték helyét és értékét!

Geometria

39. Hány fokok szöget zár be az óra kismutatója és nagymutatója (percmutatója) 5 órakor?
 40. Egy háromszög egyik oldalának hossza 10 cm, a hozzá tartozó magasság hossza 6 cm. Számítsa ki a háromszög területét!
 41.

Az ábrán egy vasalódeszka tartószerkezetének méreteit láthatjuk. A vasalódeszka a padlóval párhuzamos. Az egyik tartórúd 114 cm hosszú.

- a) Hány cm a másik tartórúd hossza?



42. Hányszorosára nő egy 2 cm sugarú kör területe, ha a sugarát háromszorosára növeljük?
 43. Egy háromszög belső szögeinek aránya 2:5:11. Hány fokok a legkisebb szög?
 44.

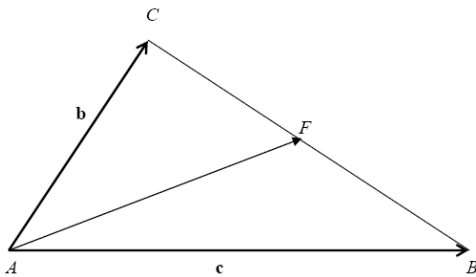
Egy egyenlő szárú háromszög alapja 5 cm, a szára 6 cm hosszú. Hány fokok a háromszög alapon fekvő szögei? A szögek nagyságát egész fokra kerekítve adja meg! Válaszát indokolja!

45. Egy derékszögű háromszög egyik befogójának hossza 3 cm, a vele szemközti szög $18,5^\circ$. Mekkora a másik befogó? Készítsen vázlatot, és válaszát számítással indokolja!
 46. Mekkora az egység sugarú kör 270° -os középponti szögéhez tartozó ívének hossza?
 47. Egy 5 cm sugarú kör középpontjától 13 cm-re lévő pontból érintőt húzunk a körhöz. Mekkora az érintőszakasz hossza? Írd le a számítás menetét!
 48. Egy kör sugara 6 cm. Számítsd ki ebben a körben a 120° -os középponti szöghöz tartozó körcikk területét!
 49. Egy háromszög oldalhosszúságai egész számok. Két oldala 3 cm és 7 cm. Döntse el a következő állításokról, hogy igaz vagy hamis!
 1. állítás: A háromszög harmadik oldala lehet 9 cm.
 2. állítás: A háromszög harmadik oldala lehet 10 cm.
 50. Döntse el, hogy a következő állítások közül melyik igaz és melyik hamis!
A: A háromszög köré írható kör középpontja mindig valamelyik súlyvonalra esik.
B: Egy négyszögnek lehet 180° -nál nagyobb belső szöge is.
C: Minden trapéz paralelogramma.

- D:** A szabályos ötszög középpontosan szimmetrikus.
E: Van olyan háromszög, amelynek a súlypontja és a magasságpontja egybeesik.
F: Minden paralelogramma tengelyesen szimmetrikus.

Vektorok

51. Az $ABCD$ négyzet középpontja K , az AB oldal felezőpontja F . Legyen $\mathbf{a} = \overrightarrow{KA}$ és $\mathbf{b} = \overrightarrow{KB}$. Fejezze ki az \mathbf{a} és \mathbf{b} vektorok segítségével a \overrightarrow{KF} vektort!
52. Az $A(-7; 12)$ pontot egy \mathbf{r} vektorral eltolva a $B(5; 8)$ pontot kapjuk. Adja meg az \mathbf{r} vektor koordinátáit!
53. Fejezze ki az \mathbf{i} és \mathbf{j} vektorok segítségével a $\mathbf{c} = 2\mathbf{a} - \mathbf{b}$ vektort, ha $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$ és $\mathbf{b} = -\mathbf{i} + 5\mathbf{j}$!
54. Adottak az $\underline{a}(4; 3)$ és $\underline{b}(-2; 1)$ vektorok.
 a) Adja meg az \underline{a} hosszát!
 b) Számítsa ki az $\underline{a} + \underline{b}$ koordinátáit!
55. Adottak az $\mathbf{a} = (6; 4)$ és az $\mathbf{a} - \mathbf{b} = (11; 5)$ vektorok. Adja meg a \mathbf{b} vektort a koordinátáival!
56. Az $ABCD$ négyzet oldalvektorai közül $\mathbf{a} = \overrightarrow{AB}$ és $\mathbf{b} = \overrightarrow{BC}$. Adja meg az \overrightarrow{AC} és \overrightarrow{BD} vektorokat \mathbf{a} és \mathbf{b} vektorral kifejezve!
57. Az ABC háromszög két oldalának vektora $\overrightarrow{AB} = \mathbf{c}$ és $\overrightarrow{AC} = \mathbf{b}$. Fejezze ki ezek segítségével az A csúsból a szemközti oldal F felezőpontjába mutató \overrightarrow{AF} vektort!



Statisztika

58.

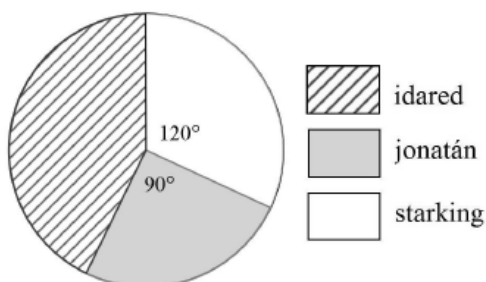
Egy középiskolának 480 tanulója van. A diákok egy része kollégiumban lakik, a többiek bejárók. A bejárók és a kollégisták nemek szerinti eloszlását mutatja a kördiagram.

Adja meg a kollégista fiúk számát! Válaszát indokolja!



59.

Egy gyümölcsáros háromféle almát kínál a piacon. A teljes készletről kördiagramot készítettünk. Írja a táblázat megfelelő mezőibe a hiányzó adatokat!



Alma fajtája	A körcikk középponti szöge (fok)	Mennyiség (kg)
jonatán	90	
idared		
starking	120	48

60.

Egy dolgozatnál az elérhető legmagasabb pontszám 100 volt. 15 tanuló eredményeit tartalmazza a következő táblázat:

Elért pontszám	100	95	91	80	65	31	17	8	5
A dolgozatok száma	3	2	1	2	1	2	2	1	1

- a) Határozza meg az összes dolgozat pontszámának átlagát (számtani közepét), móduszát és mediánját!
- b) A dolgozatok érdemjegyeit az alábbi táblázat alapján kell megállapítani!

Pontszám	Osztályzat
80 – 100	jeles
60 – 79	jó
40 – 59	közepes
20 – 39	elégséges
0 – 19	elégtelen

Ennek ismeretében töltsse ki a következő táblázatot!

Osztályzat	jeles	jó	közepes	elégséges	elégtelen
A dolgozatok száma					

- c) Készítsen kördiagramot az osztályzatok megoszlásáról! Adja meg az egyes körcikkhez tartozó középponti szögek értékét is!