

MATEMATIKA**a 11–12. évfolyamon emelt óraszámmal****Tantárgyi struktúra és óraszámok**

11. évf.	12. évf.
heti 6 óra (összesen 216 óra)	heti 6 óra (összesen 192 óra)

Kerettantervi megfelelés

Jelen helyi tanterv az 51/2012. (XII.21.) EMMI rendelet: 3. sz. melléklet: Kerettanterv a gimnáziumok 9-12. évfolyama számára 3.2.04-es sorszámú matematika kerettanterve alapján készült.

A 11. és a 12. évfolyamon a kerettantervi óraszámhoz képesti 3-3 óránövekménybe pedig a hatályos érettségi vizsgaszabályzatban szereplő emelt szintű tananyagrészek kerültek beépítésre.

A 9-10. évfolyamos ciklus végén elvárt ismeretek

Gondolkodási és megismerési módszerek

- Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete.
- Értsék és jól használják a matematikai logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben.
- Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése.
- Egyszerű leszámplálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban.
- Gráffal kapcsolatos alapfogalmak ismerete. Alkalmazzák a gráfokról tanult ismereteiket gondolatmenet szemléltetésére, probléma megoldására.

Számtan, algebra

- Egyszerű algebrai kifejezések használata, műveletek algebrai kifejezésekkel; a tanultak alkalmazása a matematikai problémák megoldásában (pl. modellalkotás szöveg alapján, egyenletek megoldása, képletek értelmezése); egész kitevőjű hatványok, azonosságok.
- Elsőfokú, másodfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Elsőfokú és másodfokú (egyszerű) kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Egyismeretlenes egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása.
- Az időszak végére elvárható a valós számkör biztos ismerete, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazása.
- A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére.

Összefüggések, függvények, sorozatok

- A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete.
- A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon).
- Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása.
- Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.
- Függvénymodell készítése lineáris kapcsolatokhoz; a meredekség.
- A tanulók tudják az elemi függvényeket ábrázolni koordináta-rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

Geometria

- Tételek ismerete; távolság és szög fogalma, mérése.
- Nevezetes pont-halmazok ismerete, szerkesztésük.
- A tanult egybevágósági és hasonlósági transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete.
- Egybevágó alakzatok, hasonló alakzatok; két egybevágó, illetve két hasonló alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület, térfogat).
- Szimmetria ismerete, használata.
- Háromszögek tulajdonságainak ismerete (alaptulajdonságok, nevezetes vonalak, pontok, körök).
- Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel és a hegyesszögek szögfüggvényeivel; magasságtétel és befogótétel ismerete.
- Szimmetrikus négyszögek tulajdonságainak ismerete.

- Vektor fogalmának ismerete; három új művelet ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor szorzása valós számmal; vektor felbontása, vektorkoordináták meghatározása adott bázisrendszerben.
- Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete; valós síkbeli, illetve térbeli probléma geometriai modelljének megalkotása.
- A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődött a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diszkussziós képessége.
- A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.
- A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.

Valószínűség, statisztika

- Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.
- Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának értelmezése, meghatározása.
- Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata.
- Nagyszámú véletlen kísérlet kiértékelése, az előzetesen „jósolt” esélyek és a relatív gyakoriságok összevetése.

A valószínűség-számítási, statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődött. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábráról adatsokaság jellemzőit leolvasni. Szisztematikus esetszámlálással meg tudják határozni egy adott esemény bekövetkezésének esélyét.

11–12. évfolyam

Ez a szakasz az érettségire felkészítés időszaka is, ezért a fejlesztésnek kiemelten fontos tényezője az elemző és összegző képesség alakítása. Ebben a két évfolyamban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, emellett sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk, amelyekhez kell az előző évek alapozása, amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható többféle ismeret együttes alkalmazása. A sík- és téreometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A koordináta-geometria elemeinek tanításával a matematika különböző területeinek összefüggéseit is így a matematika komplexitását mutatjuk meg.

A magasabb óraszámban tanuló diákok nagy részétől elvárható, hogy emelt szintű érettségi vizsgát tegyen, ezért az elsődleges cél a sikeres vizsga letételére való felkészítés. Az ilyen csoportokba járó tanulók zöme feltételezhetően olyan egyetemre, főiskolára fog kerülni, ahol a matematikát mint elméleti és/vagy mint alkalmazott tudományt fogják tanulni. Ezért a logikát fejlesztő feladatok mellett fel kell készíteni olyan ismeretekre is őket, melyek későbbi tanulmányaikat elősegíthetik. Ezek a célkitűzések csak akkor érhetők el, ha a tanulók külön fakultációs csoportban vesznek részt a heti 6 tanítási órán.

A matematikát szerető, a matematikai problémák iránt érdeklődő tanulók számára érdekes, nehezebb, gondolkodtatóbb feladatok, problémák kitűzésével, a különböző megoldási lehetőségek, diszkussziók megbeszélésével a matematika iránti érdeklődést (esetleg a későbbiekben a matematikussá válást) tudatosan fejlesztjük.

Az anyanyelvi kommunikáció fejlesztését is segíti, ha önálló kiselőadások, prezentációk elkészítését, megtartását várjuk el a diákoktól. A fejlesztés eredményeként a kétéves periódus végére elvárható, hogy emelt szinten, a szóbeli vizsgán szabatosan, összefüggően tudják magukat kifejezni.

11. évfolyam

Célok és feladatok

A 11. évfolyamon tovább kell folytatni a tanulók kombinatív készségének fejlesztését, a feladatmegoldásban a minél többféle megoldási mód keresésének ösztönzését, a bizonyítás iránti igény mélyítését. Ezen az évfolyamon elvárható a pontos fogalomalkotásra való törekvés. Fontos cél a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességének továbbfejlesztése is.

A 11. évfolyam témakörei lehetőséget biztosítanak arra, hogy a tanulók becsléseket végezzenek, és a becsléseiket összevegyék a számításokkal. Különösen az algebrai számítások adnak rá jó lehetőséget, hogy az önellenőrzés igényét felkeltsük, továbbfejlesszük. Több terület (egyenletek, egyenletrendszerek, szöveges feladatok, függvények, geometria) összetettebb feladatai is igénylik a tervszerű munka végzését.

A különböző transzformációk, a koordináta-geometria egyes területei, valamint bizonyos geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel is jó lehetőséget adnak arra, hogy felismertessük az összefüggéseket a matematika különböző területei között. Több lehetőség is kínálkozik arra (egyenletek, függvények, vektorok stb.), hogy bemutassuk a fizika és a matematika szoros kapcsolatát, miközben a legkülönbözőbb területen van lehetőségünk a gyakorlati problémák matematizálására, a modellalkotásra (lásd például a gráfok). Szinte minden témakörben alkalmunk van a zseb-számológép alkalmaztatására, és igen gyakran tudjuk a számítógépet is segítségül hívni a feladatok megoldásához, az adatok, problémák gyűjtéséhez (lásd például statisztikai adatok), a véletlen jelenségek vizsgálatához, a megoldások prezentációjához.

A geometria több területe is alkalmas az esztétikai érzék fejlesztésére.

Elengedhetetlen az elemi függvények ábrázolása koordináta-rendszerben és a legfontosabb függvénytulajdonságok meghatározása nemcsak a matematika, hanem a természettudományos ismeretek megértése miatt, különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

Az analízis témaköreinek elsajátítása az absztrakciós, szintetizáló képességet növelik, és egyben biztosítják az elméleti és gyakorlati alapot a későbbi sikeres felsőoktatási tanulmányokhoz.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

Témakörök	Javasolt óraszámok
	6 óra/hét (216 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	18 óra
2. Számtan, algebra	60 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei	65 óra
4. Geometria	55 óra
5. Valószínűség, statisztika	18 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret javasolt óraszám 18 óra
Előzetes tudás	Sorbarendezési, leszámítási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak. Halmazműveletek, részhalmaz, halmazok számossága. A matematikában, illetve a számítástechnikában korábban szereplő algoritmusok ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A tanult bizonyítási módszerek reprodukálása, egyszerű bizonyítási feladatok önálló megoldása. A matematikai logika elemeinek alkalmazása a feltételek, következtetések megfogalmazásánál, a bizonyítási módszereknél. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek és azok modellalkotásra való felhasználása a matematika különböző területein. A teljes indukció lényegének megértése, alkalmazása. Dedukciós képesség fejlesztése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák
Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok. A kombinatorika alkalmazása egyszerű geometriai feladatokban. Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel. <i>Matematikatörténet:</i> magyar vonatkozású ismeretek.	Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.
Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk. Fokszámok összege és az élek száma közötti összefüggés. <i>Matematikatörténet:</i> Euler.	Modell alkotása valós problémához: gráf-modell. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.
Teljes indukció	A teljes indukció lényegének megértése, alkalmazása.	Frontális munka.
Binomiális együtthatók.	Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztása jelentőségének felismerése a matematikában.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Ismétlés nélküli és ismétléses permutáció, variáció, ismétlés nélküli kombináció. <i>Matematikatörténet:</i> Erdős Pál.	A permutáció, variáció, kombináció fogalmainak megkülönböztetése, alkalmazásuk összetett feladatokban. Eljárások, jelölések használata, összetett kombinatorikai feladatok megoldásánál is.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák
A binomiális tétel. Pascal-háromszög és tulajdonságai. Halmaz, részhalmaz elemeinek száma.	A binomiális tétel szerepének megmutatása különböző alkalmazásokban. A Pascal-háromszög képzési szabályainak felfedezése, a tulajdonságok bizonyítása. Többféle bizonyítási módszer alkalmazása halmazok elemszámának igazolására.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Szükséges feltétel, elégséges feltétel, szükséges és elégséges feltétel.	A bizonyításokban az ÉS, a VAGY, a NEM, a KÖVETKEZIK, az AKKOR ÉS CSAK AKKOR stb. szavak, kifejezések helyes alkalmazása.	Frontális munka.
Univerzális és egzisztenciális kvantor.	A kvantorok pontos fogalmának kialakítása, szerepének felismerése pl. analízis témakörben.	Frontális munka.
Skatulyaelv. Logikai szita.	Szétválogatás különböző szempontok szerint, e szempontok egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Különböző konkrét matematikai játékok algoritmusai.	Egyszerű játékalgoritmusok megismerése, elkészítése, illetve kész algoritmusok értelmezése, elemzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.

Ismeretek		Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák
ematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számтан, algebra		Órakeret javasolt óraszám 60 óra
Előzetes tudás	Hatvány fogalma egész kitevőre, hatványozás azonosságai. Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer megoldása. Ekvivalens egyenlet fogalma. Racionális, irracionális számok. Abszolút érték. Négyzetgyök.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése. A fogalmak kiterjesztési követelményeinek megértése. Függvénytulajdonságok alkalmazása egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás, periodicitás). Diskussziós képesség fejlesztése.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák
Paraméteres első- és másodfokú egyenletek.	Műveletek biztos elvégzése betűkifejezésekkel. Diskusszió elvégzése, szükségességének felismerése	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Magasabbfokú egyenletek: – másodfokúra visszavezethető; – reciprok; – szimmetrikus.	A különböző egyenletmegoldási módszerek felismerése. Ekvivalens lépések vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Abszolútértékes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása.	A tanult ismeretek felhasználása összetett egyenleteknél. Grafikus megoldási módszer felelevenítése és alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Összetettebb gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása.	Biztos algebrai átalakítások elvégzése. Hamis gyökök kiszűrése. A megoldások ellenőrzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Két- és háromismeretlenes lineáris egyenletrendszerek. Kétismeretlenes lineáris paraméteres egyenletrendszer.	Új módszerek megismerése. A megoldások számának vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Másodfokú egyenletrendszerek.	A tanult módszerek együttes alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Egyenletmegoldás különböző módszerek segítségével (értelmezési tartomány, értékészlet-vizsgálat, monotonitás ...).	A tanult módszerek együttes alkalmazása összetett feladatoknál.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák
Hatványazonosságok igazolása. Az $a^n - b^n$, illetve az $a^{2k+1} + b^{2k+1}$ kifejezések szorzattá alakítása.	Azonosságok felhasználása összetett oszthatósági feladatok megoldásában.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Polinomok osztása. Oszthatósági feladatok.	Polinomok osztási algoritmusának ismerete. A tanult ismeretek felidézése és alkalmazása új problémamegoldási szituációban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Nevezetes közepek és a közöttük lévő relációk ismerete n elem esetén.	A megismert összefüggések alkalmazása egyenlőtlenségek, szélsőérték-feladatok megoldásában. Számítási és mértani közép közötti összefüggés igazolása két pozitív szám esetén.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
n -edik gyök. A négyzetgyök fogalmának általánosítása.	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén.	Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanencia-elv alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Irracionális kitevőjű hatvány szemléletes értelmezése.	A hatványfogalom célszerű kiterjesztése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Hatványozás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására.	Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek.	Modellek alkotása (algebrai modell): exponenciális egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
A logaritmus értelmezése. <i>Matematikatörténet:</i> A logaritmussal való számolás szerepe (például a Kepler-törvények felfedezésében).	Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). Ismeretek tudatos memorizálása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.
Zsebszámológép használata, táblázat használata.	Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.
A logaritmus azonosságainak bizonyítása és alkalmazása.	A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák
Logaritmikus egyenletek, egyenlőtlenségek.	Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható egyszerű exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Exponenciális és logaritmikus egyenletrendszerek.	A már tanult gondolatmenet panelként történő felhasználása új helyzetben.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
A tanult szögfüggvények kiterjesztése forgásszögekre. Pitagoraszsi összefüggés egy szög szinusza és koszinusza között. Összefüggés a szög és a mellékszöge szinusza, illetve koszinusza között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszinusz hányadosaként.	A trigonometrikus azonosságok megértése, alkalmazása. Függvénytáblázat használata feladatok megoldásában.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Trigonometrikus egyenletek. Trigonometrikus egyenletre vezető, háromszöggel kapcsolatos valós problémák. Azonosság alkalmazását igénylő egyszerű trigonometrikus egyenlet.	A problémához hasonló egyszerű probléma keresése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
A tanult azonosságok alkalmazását igénylő trigonometrikus egyenletek.	Az egyenletek megoldásának megadása a valós számkörben. Periodikus függvényt szerepeltető egyenletekben a végtelen sok gyök ellenőrzési módjának megismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Egyszerű trigonometrikus egyenlőtlenségek.	Egységkör és a trigonometrikus függvény grafikonjának felhasználása a megoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei	Órakeret javasolt óraszám 65 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése. Egyenlőtlenségek megoldása. Intervallumok. Ívmérték. Érintő, iránytangens. Vektorok, bázisrendszer.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. Ismerethordozók használata. Pénzügyi alapismeretek elsajátítása. Az egyéni döntés felelősségének felismerése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok
Szögfüggvények kiterjesztése, trigonometrikus alapfüggvények (sin, cos, tg).	A kiterjesztés szükségességének, alapgondolatának megértése. Időtől függő periodikus jelenségek kezelése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> periodikus mozgás, hullámmozgás, váltakozó feszültség és áram. <i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.
A trigonometrikus függvények transzformációi: $f(x) + c$, $f(x + c)$; $cf(x)$; $f(cx)$; $c \cdot f(ax + b) + d$.	Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Hatványfüggvények.	Függvényábrázolás, függvényjellemezés, függvénytranszformációk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	
Az exponenciális függvények.	Függvényábrázolás, függvényjellemezés, függvénytranszformációk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	
Exponenciális folyamatok a természetben és a társadalomban.	Modellek alkotása (függvény-modell): a lineáris és az exponenciális növekedés / csökkenés matematikai modelljének összevetése konkrét, valós problémákban (például: népesség, energiafelhasználás, járványok).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás. <i>Földrajz:</i> a társadalmi-gazdasági tér szerveződése és folyamatai.

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok
A logaritmusfüggvények vizsgálata. Logaritmusfüggvények grafikonja, jellemzésük.	Függvényábrázolás, függvényjellemezés, függvénytranszformációk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	
A logaritmusfüggvény mint az exponenciális függvény inverze. Függvénynek és inverzenek a grafikonja a koordináta-rendszerben	Függvény és inverze grafikonjának ábrázolása a koordináta-rendszerben.	Frontális munka.	
Összetett függvények értelmezése.	Példa nem kommutatív tulajdonságú műveletre.	Frontális munka	
Függvények folytonossága az értelmezési tartomány egy pontjában, egy intervallumon, illetve az értelmezési tartományának minden pontjában.	Függvények folytonosságának megállapítása a grafikonjuk segítségével, szemléletesen.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	
Függvények – véges helyen vett véges; – véges helyen vett végtelen; – végtelenben vett véges; – végtelenben vett végtelen határértéke. A $\frac{\sin x}{x}$ függvény határértéke a nulla pontban.	A függvények határértékének szemléletes fogalma, pontos definíciói. A határérték és a folytonosság kapcsolatának megértése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	
Függvények differenciálhatósága. A derivált függvény. Konstans függvény, hatványfüggvény, trigonometrikus függvények deriválása.	A különbséghányados függvény és határértékének szemléletes bemutatása az érintő vagy a gyorsuló mozgást végző test pillanatnyi sebességének meghatározása segítségével. A felsorolt függvények deriválásának biztos tudása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgások, rezgőmozgás.
Műveletek differenciálható függvényekkel.	Összeg-, szorzat-, hányados- és összetett függvények deriváltja.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok
A differenciálszámítás függvényteni alkalmazása.	Érintő egyenletének felírása, függvénydiskusszió (függvények monotonitása, szélsőértéke, konvexitása). Gyakorlati szélsőérték-problémák megoldása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	
A számsorozat fogalma. <i>Matematikatörténet:</i> Fibonacci.	Sorozat megadása rekurzióval és képlettel. Sorozatok ábrázolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	<i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel: algoritmusok megfogalmazása, tervezése.
Sorozatok tulajdonságai: korlátosság, monotonitás.	Definíciók pontos ismerete. Konkrét sorozatok tulajdonságainak megsejtése a szemlélet útján, illetve ezek bizonyítása a definíciók felhasználásával.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	
Konvergens sorozatok. Egy adott pont r sugarú környezete. Küszöbszám kiszámítása.	A sorozat határértékének definíciója. Konvergens, tágabb értelemben vett konvergens és divergens sorozatok vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	
Konvergenca, monotonitás és korlátosság kapcsolata.	Sorozatok tulajdonságainak megállapítása alkalmas tételek felhasználásával. Szükséges és elégséges feltétel felismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	
Műveletek konvergens sorozatokkal.	Sorozatok összegének, különbségének, szorzatának, hányadosának konvergenciája és határértéke – bizonyítás, meghatározás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	
Nevezetes sorozatok határértéke.	q^n és $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ sorozatok határértékének megsejtése és ismerete.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	
Cantor-axióma. <i>Matematikatörténet:</i> axióma és tétel közötti különbség.	Az axióma nyújtotta lehetőségek megismerése: az irracionális számok megalkotása, vagy terület- és térfogatszámításnál összefüggések bizonyítása.	Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok
<p>Számtani sorozat, az n. tag, az első n tag összege. Számtaniközép-tulajdonság. <i>Matematikatörténet:</i> Gauss.</p>	<p>A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.</p>	
<p>Mértani sorozat, az n. tag, az első n tag összege. Mértaniközép-tulajdonság.</p>	<p>A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A számtani sorozat mint lineáris függvény és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> exponenciális folyamatok vizsgálata.</p>
<p>Végtelen mértani sor. <i>Matematikatörténet:</i> Zénon-paradoxonok. Pl. Arisztotelész, Viète, Fejér Lipót, Riesz Frigyes eredményei a matematikának ezen a területén.</p>	<p>A végtelen mértani sor összegének meghatározása és alkalmazása geometriai feladatokban, szakaszos tizedes törtek közönséges törtté alakításában.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.</p>	<p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek; filozófia:</i> az emberi megismerés lehetőségei, a tapasztalat és a tudomány összhangja. A tudomány fejlődése.</p>
<p>Kamatosszámítás, pénzügyi alapfogalmak (tőkésítés, kamat, kamatperiódus, EBKM, gyűjtőjárdék, járdék, hitel, törlesztőrészlet, THM, diákhitel).</p>	<p>A problémához illeszkedő matematikai modell választása. A tanult ismeretek mozgósítása (logaritmus, százalékszámítás). Szövegértés fejlesztése: a szövegbe többszörösen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk azonosítása és összekapcsolása. Különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai. Információk keresése és értelmezése különböző egyéni pénzügyi döntésekkel kapcsolatban (befektetés, hitel). Az egyéni döntés felelősségének belátása.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>	<p><i>Földrajz:</i> a világgazdaság szerveződése és működése, a pénztőke működése, a monetáris világ jellemző folyamatai, hitelezés, adósság, eladósodás.</p>

Ismeretek		Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok
Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria			Órakeret javasolt óraszám 55 óra
Előzetes tudás	Tételek távolsága, hajlásszöge. Középpontos hasonlóság és tulajdonságai. A hasonlósági transzformáció és tulajdonságai. Arányossági tételek a háromszögben. Szögek ívmértéke. Arányossági tételek a körben. Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pont-halmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.			
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek, terület, kerület kiszámítása. Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása új helyzetben. A tanult ismeretek alkalmazása sejtések, érvelések, indoklások megfogalmazásában, bizonyításban, cáfolásban. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.			

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák
Kerületi és középponti szögek fogalma és tételei.	Összefüggő mennyiségek összetartozó adatpárjainak lejegyzése, következtetések levonása.	Frontális munka
Párhuzamos szelők tétele, szelőszakaszok tétele, egy speciális esetének megfordítása. Szakasz arányos osztása.	Gondolatmenet megfordíthatóságának felismerése, belátása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Szögfelezőtétel.		Frontális munka
Húrnégyszögek és érintőnégyzetek definíciója, tételei.	Négyszögek osztályozása, különbözőségek, azonosságok tudatosítása. Szükséges és elégséges feltételek megtalálása.	Frontális munka
A merőleges vetítés.	Képi emlékezés gyakorlása. A megszerzett ismeretek alkalmazása összetettebb problémákban. Azonosságok és különbözőségek megfogalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Szakasz merőleges vetületének hossza.	Szögfüggvények alkalmazása a meghatározás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák
Szinusztétel, koszinusztétel.	Általános eset, különleges eset viszonya (a derékszögű háromszög és a két tétel). Háromszögek, négyszögek, térbeli alakzatok hiányzó adatainak meghatározása. A kapott eredmények vizsgálata, valóságtartalmának ellenőrzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
A háromszög területképleteinek ismerete és bizonyítása: – két oldal és az általuk közbezárt szög szinusza; – egy oldal és a rajta fekvő két szög szinusza; – oldalak és a körülírt kör sugara.	A tanult bizonyítási módszerek és képletek alkalmazása sokszögek adatainak, területének meghatározásakor. Problémamegoldás során a lényeges és lényegtelen adatok szétválasztása. Elemezhető ábra készítése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Vektorműveletek, vektorfelbontások, vektorkoordináták ismételése. Bázisvektorok, bázisrendszer. Vektor hossza. Helyvektorok, szabadvektorok.	Rajzolt és tárgyi jelek értelmezése. Ugyanazon probléma többféle megoldási vetületének meglátása. Átközlés különböző modellek között.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Skaláris szorzat definíciója, műveleti tulajdonságai.	A művelet újszerűségének felfedezése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Párhuzamos és merőleges vektorok skaláris szorzata. Skaláris szorzat kiszámítása a vektorok koordinátaiból. Vektor $\pm 90^\circ$ -os elforgatottjának koordinátái.	Szükséges és elégséges feltétel felismerése. Bizonyítás során egyszerű gondolatmenet követése, megfordítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Műveletek vektorok koordinátaival. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés.	Műveleti tulajdonságok vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
A helyvektor koordinátái. Szakasz felezőpontjának, adott arányú osztópontjának, a háromszög súlypontjának koordinátái.	Képletek értelmezése, alkalmazása. Ismeretek alkalmazása újabb ismeretek megszerzésében, sejtések, indoklások megfogalmazásában. A levezetésekben tanult módszer elsajátítása. Kapcsolat felfedezése az elemi geometria és az algebra között.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Két pont távolsága, a szakasz hossza.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák
Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens fogalma, összefüggések közöttük.	Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értéke, használata. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Íránytangens és az egyenes meredeksége.	Függvények és a koordináta-geometria kapcsolata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Egyenesek párhuzamosságának és merőlegességének koordináta-geometriai feltételei.	Szükséges és elégséges feltétel. Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Egyenes normálvektoros, illetve irányvektoros egyenlete. Két ponton átmenő egyenes egyenlete. Az egyenes egyenletének iránytényezős alakja.	Az egyenes egyenletének levezetése különböző kiindulási adatokból. Régebbi ismeretek felhasználása a bizonyítás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Két egyenes metszéspontja.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Pont és egyenes távolsága (két párhuzamos egyenes távolsága).	Definíciókra való emlékezés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Adott középpontú és sugarú kör egyenlete.	A kör egyenletének levezetése. Geometria és algebra összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
A kör és a kétismeretlenes másodfokú egyenlet.	Paraméteres másodfokú kétismeretlenes egyenlet vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Kör és egyenes kölcsönös helyzete.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú, illetve másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
A kör egy adott pontjában húzott érintője.	A geometriai fogalmak megjelenítése algebrai formában. Geometriai ismeretek mozgósítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Külső pontból körhöz húzott érintő egyenletének felírása.	A megoldás keresése többféle módszerrel (Thalész-tétel, diszkrimináns vizsgálata).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák
Két kör kölcsönös helyzetének meghatározása a középpontok koordinátáiból és a sugarakból, érintkező körök. Egymást metsző körök metszéspontjainak meghatározása. A másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása és a metszéspontok számának kapcsolata.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Parabola definíciója, jellemzői (fókuszpont, vezéregyenes, paraméter, tengelypont, szimmetriatengely).	Parabolapontok szerkesztése. A jellemző adatok értelmezése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
A koordinátatengelyekkel párhuzamos tengelyű parabola egyenlete.	Másodfokú kétismeretlenes egyenlet átalakítása az alakzat adatainak meghatározásához. Az alakzatok egyenletének levezetése speciális esetben (tengelyponti egyenlet).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Parabola érintője.	Az érintő fogalmának pontosítása. Régebbi ismeretek mozgósítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Egyenlettel, egyenlőtlenséggel megadott ponthalmazok vizsgálata.	Ponthalmazok metszetének meghatározása koordinátarendszerben. Az algebra és a geometria összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Lineáris programozás elemei.	Az egyenes egyenletének alkalmazása matematikai és gyakorlati jellegű feladatokban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret javasolt óraszám 18 óra
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek értelmezése az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési-és munkaformák	Kapcsolódási pontok
Eseményekkel végzett műveletek. Példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre. Elemi események. Események előállítás elemi események összegékként. Példák független és nem független eseményekre.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Logikai műveletek, halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika</i> : folyamatok, kapcsolatok leírása logikai áramkörökkel.
Véletlen esemény, valószínűség.	A véletlen kísérletekből számított relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolatának belátása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	
A valószínűség klasszikus modellje. A valószínűségszámítás axiómái. <i>Matematikatörténet</i> : Rényi: Levelek a valószínűségről.	A modell és a valóság kapcsolatának vizsgálata. A matematika épülésének elvei, az axiómákra alapuló tételek és bizonyításuk megértése, reprodukálása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	
A binomiális és hipergeometrikus eloszlás. Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel.	A problémához illeszthető modell választása. Az adott eloszlások szórásának, várható értékének vizsgálata konkrét példákon keresztül.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	
Statisztikai mintavétel. Valószínűségek visszatevéses mintavétel esetén. Visszatevés nélküli mintavétel. Reprezentatív mintavétel.	Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényegének megértése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek</i> : választások.

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok
Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem, szórás. Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal.	A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedezése. Közvélemény-kutatás, minőségellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése. Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	

Továbbhaladás feltételei

- Képes egyszerű kombinatorikai feladatok megoldására.
- Ismeri a gráf szemléletes fogalmát, képes egyszerű alkalmazásokra.
- Biztonsággal alkalmazza a hatványozás azonosságait racionális kitevő esetén.
- Ismeri a logaritmus fogalmát, jól alkalmazza az azonosságokat egyszerűbb esetekben.
- Képes megoldani egyszerű exponenciális, logaritmusos és trigonometrikus egyenleteket.
- Tájékozott az alapfüggvények grafikonjait és legfontosabb tulajdonságait (értelmezési-tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték) illetően.
- Ismeri és alkalmazza a vektorműveleteket (összeadás, kivonás, skalárral való szorzás, skaláris szorzat).
- Alkalmazza a szinusztételt és a koszinusztételt a háromszög hiányzó adatainak meghatározására.
- Képes vektorok koordinátaival számolni.
- Ki tudja számolni szakasz felezőpontjának koordinátáit.
- Fel tudja írni a kör középponti egyenletét.
- Ismeri és alkalmazza az egyenes (egy szabadon választott) egyenletét.
- Meg tudja határozni két egyenes metszéspontjának koordinátáit.
- Tudja vizsgálni kör és egyenes, illetve két kör kölcsönös helyzetét.
- Képes valószínűségi feladatok megoldására.
- Ismeri és megfelelően alkalmazza a binomiális és a hipergeometriai elosztást.
- Ismeri a mértani és számtani sorozat és a mértani sor tulajdonságait.
- Ismeri a sorozatokkal kapcsolatos jellemző fogalmakat. Tud sorozat határértéket meghatározni.
- Ismeri a függvény folytonosságának és differenciálhatóságának fogalmát. Alkalmazza a deriválási szabályokat.
- Képes a differenciálszámítás alapelemeivel függvények ábrázolására és jellemzésére.

12. évfolyam

Célok és feladatok

A 12. évfolyam fő feladata matematikából a tanult ismeretek több szempontú rendszerezése, felkészülés az érettségire. Ennek érdekében szükséges a matematika különböző területei közti összefüggéseinek tudatosítása, az absztrakciós készség fejlesztése, a deduktív gondolkodás továbbfejlesztése.

A középiskolai tanulmányok végére a korábban szemléletesen, tevékenységek segítségével kialakított fogalmaknak meg kell erősödniük, egyes fogalmakat pontosan kell definiálni, általánosítani. Meg kell ismertetni a tanulókat a matematika axiomatikus felépítésének elvével.

A következtetési, a bizonyítási készség fejlesztése hangsúlyos ennél a korosztálynál. A „ha ..., akkor ...”, az „akkor és csak akkor” helyes használata az élet számos területén (nem csak a matematikában) fontos.

Az érettségiig szükség van a valós számkör biztos ismeretére, az e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazására is. A tananyag különböző fejezeteiben a számításoknál fontos a zsebszámológép, a számítógép biztos használata, a számítógép alkalmazása.

A függvények ábrázolása koordináta-rendszerben és a legjellemzőbb függvénytulajdonságok ismerete a természettudományos tárgyak megértése és különböző gyakorlati problémák megoldása érdekében kiemelkedően fontos.

Mai látásunk szerint az élet sok területén (természettudomány, társadalomtudomány, közgazdaságtan) statisztikus törvényekkel írhatók le jól a jelenségek. Ezért hangsúlyossá vált a valószínűségszámítás és a statisztika alapelemeinek megismertetése. Ezen ismeretek rendszerező összefoglalására ennek a korosztálynak az általános szellemi érettsége ad lehetőséget.

A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban is elengedhetetlen. A koordináta-geometria ismétlésekor a matematika különböző területeinek összefüggéseit, s így a matematika komplexitását hangsúlyozhatjuk.

Az analízis témaköreinek elsajátítása az absztrakciós, szintetizáló képességeket növeli, és egyben biztosítja az elméleti és gyakorlati alapot a későbbi sikeres felsőoktatási tanulmányokhoz. El kell jutni ahhoz, hogy a tanulók a különböző témakörökben megismert összefüggéseket feladatokban, gyakorlati problémákban alkalmazzák.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok mutatják, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

Témakörök	Javasolt óraszámok
	6 óra/hét (192 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	10 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei	40 óra
4. Geometria	40 óra
5. Valószínűség, statisztika	21 óra
6. Rendszerező összefoglalás	81 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret javasolt óraszám 10 óra
Előzetes tudás	Sorbarendezési, leszámhlási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak. Halmazműveletek, részhalmaz, halmazok számossága. A matematikában, illetve a számítástechnikában korábban szereplő algoritmusok ismerete. A matematikai logika elemeinek alkalmazása a feltételek, következtetések megfogalmazásánál, a bizonyítási módszereknél. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek és azok modellalkotásra való felhasználása a matematika különböző területein.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A tanult bizonyítási módszerek reprodukálása, egyszerű bizonyítási feladatok önálló megoldása. A teljes indukció lényegének megértése, alkalmazása. Dedukciós képesség fejlesztése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák
Teljes indukció. n tagú összegek zárt formában való felírása, oszthatósági feladatok.	n tagú összegek zárt formában való felírásának megsejtése és bizonyítása, oszthatósági feladatok bizonyítása. A sejtés szerepének felismerése egy állítás megfogalmazásában. Egyes esetekből következtetés az általánosra.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Szükséges feltétel, elégséges feltétel, szükséges és elégséges feltétel.	A bizonyításokban az ÉS, a VAGY, a NEM, a KÖVETKEZIK, az AKKOR ÉS CSAK AKKOR stb. szavak, kifejezések helyes alkalmazása.	Frontális munka
Univerzális és egzisztenciális kvantor.	A kvantorok pontos fogalmának kialakítása, szerepének felismerése pl. analízis témakörben.	Frontális munka

Ismeretek		Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák
Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei		Órakeret javasolt óraszám 40 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése. Egyenlőtlenségek megoldása. Intervallumok. Ívmérték. Érintő, irántangens. Vektorok, bázisrendszer. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat. Pénzügyi alapismeretek. Az egyéni döntés felelősségének.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok
Alsó és felső közelítő összeg. A határozott integrál definíciója és tulajdonságai. A határozott integrál és a terület kapcsolata. <i>Matematikatörténet:</i> Riemann munkássága.	Beírt és körülírt téglalapok területének összegzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	
Az integrálfüggvény értelmezése.	A differenciálhányados és az integrál közötti kapcsolat felfedezése.	Frontális munka.	
A primitív függvény és a határozatlan integrál fogalma és tulajdonságai.	Alapintegrálok megsejtése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	
Integrálási módszerek.	Módszer megismerése az $f(ax + b)$ és az $f''(x) \cdot f'(x)$ alakú függvények integrálására.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	
Newton–Leibniz tétel. <i>Matematikatörténet:</i> Newton munkássága.	A határozott integrál kiszámítása és alkalmazása területszámításra, térfogatszámításra.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás, harmonikus rezgőmozgás, a végzett munka.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret javasolt óraszám 40 óra
Előzetes tudás	Tételek távolsága, hajlásszöge. Középpontos hasonlóság és tulajdonságai. A hasonlósági transzformáció és tulajdonságai. Arányossági tételek a háromszögben. Szögek ívmértéke. Arányossági tételek a körben. Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pont-halmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek, terület, kerület.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: terület, felszín és térfogat kiszámítása. Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása új helyzetben. A tanult ismeretek alkalmazása sejtések, érvelések, indoklások megfogalmazásában, bizonyításban, cáfolásban. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok
Síkidomok kerület- és területszámításának eddig tanult részeinek áttekintése. (Háromszögek, négyszögek, kör és részei.)	Képi emlékezés, ismeretek felidézése. Képzletben történő mozgató, átdarabolás, szétvágás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> terület, kerület meghatározás. <i>Földrajz:</i> térképkészítési elvek, felszínszámítás.
Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek (hasábok és hengerek), kúpszerű testek (gúla és kúpok), csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb.	A problémához illeszkedő ábra alkotása; síkmetszet elképzelése, ábrázolása. Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengerszerű, kúpszerű testek, poliéderek). Térbeli viszonyok, testek ábrázolási lehetőségei síkban. A tényleges alkotás összevetése az elképzelttel. Képi emlékezés. Megfigyelés adott tulajdonság szerint.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Vizuális kultúra:</i> axonometria. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram). <i>Kémia:</i> kristályok. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> a mindennapjainkban előforduló térbeli alakzatok modellje, absztrakciója.
Felszín- és térfogatszámítás eddig tanult részeinek áttekintése. <i>Matematikatörténet:</i> Cavalieri, Archimédész, piramisépítés.	Testháló összehajtásának, szétvágásának elképzelése, különféle síkmetszetek lerajzolása. Adott tárgy több nézőpontból való elképzelése, vetületek megrajzolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> térfogat- és felszínszámítás.
Csonkagúla, csonkakúp felszíne és térfogata.	A középpontos hasonlóság tulajdonságainak felhasználása a képletek levezetésénél.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok
A gömb felszíne és térfogata.	A problémához illeszkedő ábra alkotása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	
Egymásba írt testek felszínének, térfogatának vizsgálata. Térgeometriai ismeretek alkalmazása.	Térgeometria a mindennapjainkban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Biológia-egészségtan:</i> vérkeringéssel kapcsolatos számítási feladatok.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret javasolt óraszám 21 óra
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek. Műveletek az események között.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok
Geometriai valószínűség.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	
Feltételes valószínűség. Független események. A feltételes valószínűség fogalma példákon keresztül. A Bayes-tétel szemléletes megértése.	A matematika több területének összekapcsolása (halmazok, gráfok).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	
A valószínűségi változó.	Jelölések megjegyzése, fogalom megértése konkrét példákon keresztül.	Frontális munka.	
A valószínűségi változó várható értéke, szórása.	A várható érték, szórás szerepének belátása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	
Nagy számok törvényének szemléletes tartalma. <i>Matematikatörténet:</i> Bernoulli.	A matematika és a valóság kapcsolatának bemutatása példákon keresztül.	Frontális munka. Tanulói kiselőadás	
Előzetes tudás	A középiskolai matematika anyaga.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Megfelelés az emelt szintű érettségi követelményeknek.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák
Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.	A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Allítások logikai értéke. Logikai műveletek.	Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.	Halmazok eszközjellegű használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.	Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Bizonyítási módszerek.	Direkt, indirekt bizonyítások, teljes indukció, skatulyaelv alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Kombinatorika.	Sorbarendezi és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok. Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései: valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel, műveletek függvényekkel.	Alkalmazás elemzés, problémamegoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Gyakorlati számítások.	Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok.	Az azonosságok szerepe, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák
Egyenletek és egyenlőtlenségek (első- és másodfok, négyzetgyökös, abszolút értéket, exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus). Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Megoldáshalmaz.	Alkalmazás feladatmegoldásban, modellalkotásban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Egyenletek és egyenlőtlenségek. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.	Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. Önellenőrzés. Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása (első- és másodfok, abszolút értékes, exponenciális, logaritmikus).	A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető, mindennapjainkból vett szöveges feladatok.	Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés. Törekvés a hatékony, önálló tanulásra.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
A függvény megadása. A függvények tulajdonságai.	Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete. Értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása konkrét feladatokban. Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
A tanult alapfüggvények ismerete.	Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.
Függvénytranszformációk: $f(x) + c$, $f(x + c)$; $cf(x)$; $f(cx)$; $c \cdot f(ax + b) + d$. Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.	Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Differenciálszámítás.	Függvénydiskusszió, gyakorlati szélsőérték-feladatok.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Integrálszámítás.	Terület- és térfogatszámítási feladatok.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Sorozatok és tulajdonságaik.	Sorozatok jellemzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Függvények használata valós folyamatok elemzésében.	Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Geometriai alapfogalmak, pontthalmazok.		Frontális munka.

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák
Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása.	Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.	Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.	Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Háromszögre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés, bizonyítási módszerek felelevenítése. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Négyszögre vonatkozó tételek és. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés, bizonyítási módszerek felelevenítése. Alkalmazásuk problémamegoldásban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Körre vonatkozó tételek. Számítási feladatok.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés, bizonyítási módszerek felelevenítése. Alkalmazásuk problémamegoldásban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer. <i>Matematikatörténet:</i> a vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám n -esig.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.
Vektorok alkalmazásai.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Parabola egyenlete. Két alakzat közös pontja. Görbék érintői. <i>Matematikatörténet:</i> nevezetes szerkeszthetőségi problémák.	Geometria és algebra összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.
Szögfüggvények alkalmazása háromszögekben. Forgásszögek.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Kerületszámítás, területszámítás.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák
A tanult térbeli alakzatok áttekintése.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Felszín- és térfogatszámítás.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Diagramok. Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlag, szórás, terjedelem.	Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentősége.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.
Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei. Valószínűségi változók, eloszlások.	A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban. A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.

Továbbhaladás feltételei

- Ismeri és alkalmazza a tanult halmazműveleteket.
- Képes adott véges halmazok esetén kiszámítani a számosságokat.
- Tud egyszerű (matematikai) szövegeket értelmezni.
- Megfelelően alkalmazza az ítélet fogalmát.
- Egyszerű feladatokban alkalmazza a negáció, konjunkció, diszjunkció műveletét, és ezt össze tudja kapcsolni a halmazműveletekkel.
- Különbséget tud tenni definíció és tétel között.
- Használja és alkalmazza feladatokban a szükséges, az elégséges és a szükséges és elégséges feltételt.
- Tud kombinatorikai feladatokat megoldani.
- Tud konkrét szituációkat szemléltetni gráfok segítségével.
- Tud prímtényező felbontás és a tanult oszthatósági szabályok alkalmazásával egyszerű feladatokat megoldani.
- Ismeri a való számkör felépítését.
- Ismeri és használja a hatványozás azonosságait.
- Ismeri és használja feladatok megoldásában a logaritmus fogalmát és azonosságait.
- Tud algebrai kifejezésekkel műveleteket végezni.
- Felismeri az egyenes és fordított arányosságot, jól alkalmazza a százalékszámítást.
- Algebrai és grafikus módon is tud első- és másodfokú egyenleteket, egyenlőtlenségeket, valamint elsőfokú egyenletrendszereket megoldani.
- Képes nagyon egyszerű abszolút értékes, exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenleteket megoldani.
- Tud értéktáblázat és képlet alapján függvényt ábrázolni, adatokat leolvasni
- Képes jellemezni grafikonnal megadott függvényeket.
- Ki tudja számítani számtani, illetve mértani sorozat tagjait és részletösszegeit.
- Ismeri a sorozatok alapvető jellemzőit, képes konvergens sorozatok határértékét meghatározni.
- Helyesen alkalmazza feladatokban a térelemek távolságára és szögére vonatkozó definíciókat.
- Felismeri és használja feladatokban a különböző alakzatok szimmetriáit.
- Ismeri a háromszög oldalai és szögei közötti összefüggéseit, a háromszög nevezetes vonalait és pontjait.
- Képes alkalmazni a Thalész- és a Pitagorasz-tételt.
- Ismeri a négyszögek fajtáit és tulajdonságait.
- Helyesen alkalmazza a tanult kerület-, terület-, felszín- és térfogat-számítási képleteket, módszereket feladatokban.
- Képes háromszögek hiányzó adatainak kiszámítására szögfüggvények, illetve szinusz- és koszinusztétel segítségével.
- Jól tudja különböző adatokból az egyenes és a kör egyenletét felírni.
- Képes egyenesek metszéspontját kiszámolni.
- Képes statisztikai adatokat rendezni, grafikonon ábrázolni, adott diagramról információt kiolvasni.
- Meg tudja határozni konkrét adatsokaság móduszát, mediánját, aritmetikai átlagát.
- Képes adathalmazokat összehasonlítani statisztikai mutatók segítségével.
- Feladatokban jól alkalmazza a klasszikus és a geometriai valószínűség-számítási modellt.