

GYULAI ERKEL FERENC GIMNÁZIUM ÉS KOLLÉGIUM

HELYI TANTERV
MATEMATIKA EMELT
9-12. ÉVFOLYAM



2022

MATEMATIKA (EMELT) 9–12. ÉVFOLYAM

TANTÁRGYI STRUKTÚRA ÉS ÓRASZÁMOK

9. évf.	10. évf.
heti 5 óra (összesen 180 óra)	heti 5 óra (összesen 180 óra)

9. ÉVFOLYAM

Tematikai egység címe	órakeret
1. Halmazok	14 óra
2. Számhalmazok	14 óra
3. Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során	25 óra
4. Arányosság, százalékszámítás	12 óra
5. Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek	34 óra
6. A függvény fogalma, függvénytulajdonságok	20 óra
7. Geometriai alapismeretek	20 óra
8. Háromszögek	18 óra
9. Négyszögek, sokszögek	16 óra
10. Leíró statisztika	7 óra
Összóraszám	180 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1.Halmazok	Órakeret 14 óra
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <p>látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat; véges halmazok elemszámát meghatározza; alkalmazza a logikai szita elvét; ismeri és alkalmazza a végtelen halmaz fogalmát;</p> <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <p>adott halmazt diszjunkt részhalmazaira bont, osztályoz; halmazokat különböző módokon megad; halmazokkal műveleteket végez, azokat ábrázolja és értelmezi; véges és végtelen halmazokat ismer;</p>	
Fejlesztési feladatok és ismeretek	<p>Halmaz közös elem nélküli részhalmazokra bontása, példák ennek alkalmazására a matematikán belül, más tantárgyaknál és a mindennapi életben</p> <p>Halmaz megadása utasítással, elemek felsorolásával</p> <p>Halmazok közötti viszonyok ábrázolása, értelmezése</p> <p>Halmazok metszetének, uniójának, különbségének, komplementerének képzése, ábrázolása és értelmezése</p> <p>Halmazokon alkalmazva a de Morgan azonosságokat</p> <p>Két-három halmaz elemszámával kapcsolatos feladatok megoldása logikai szita segítségével</p> <p>Szemléletes kép végtelen halmazokról</p> <p>Példák véges, megszámlálhatóan végtelen és nem megszámlálhatóan végtelen halmazra, a megszámlálhatóan végtelen halmaz definíciója és bizonyításban való alkalmazása</p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	<p>alaphalmaz, részhalmaz, üres halmaz, halmazok egyenlősége, Venn-diagram; halmazműveletek: unió, metszet, különbség, komplementer halmaz; diszjunkt halmazok, halmaz elemszáma, logikai szita, de Morgan, végtelen halmaz</p>	
Javasolt tevékenységek	<p>Hétköznapi életből, más tantárgyakból vagy a matematikából vett, konkrétan vagy digitálisan megjelenített alaphalmazból megadott tulajdonságokkal rendelkező elemek válogatása</p>	

	<p>Konkrét részhalmaz esetén a részhalmaz képzési szempontjainak megállapítása</p> <p>A történelem, a művészetek, a tudományok, a sport neves személyiségeinek kitalálása különböző tulajdonságok alapján</p> <p>Barkochba játék</p> <p>A „végtelen szálloda” mint modell</p> <p>Megszámlálhatóan végtelen számosságú halmazok elemei között egyértelmű hozzárendelés felfedeztetése, például a pozitív természetes számok halmazának számossága megegyezik a pozitív páros számok halmazának számosságával</p>
--	---

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számhalmazok	Órakeret 14 óra
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <p>ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;</p> <p>ismer példákat irracionális számokra.</p> <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <p>a kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás műveleti azonosságokat helyesen alkalmazza különböző számolási helyzetekben;</p> <p>racionális számokat tizedes tört és közösleges tört alakban is felír;</p> <p>tudja meghatározni tizedes tört szám közösleges tört alakját;</p> <p>ismeri a valós számok és a számegyenes kapcsolatát;</p> <p>tudja a számokat átírni 10-es alapú számrendszerből n alapú ($n \leq 9$) számrendszerbe és viszont, ismeri a helyiértékes írásmódot.</p> <p>ismeri és alkalmazza az abszolút érték, az ellentett és a reciprokok fogalmát;</p> <p>a számolással kapott eredményeket nagyságrendileg megbecsüli, és így ellenőrzi az eredményt;</p> <p>ismeri és tudja alkalmazni a teljes indukciós bizonyítást</p> <p>valós számok közelítő alakjaival számol, és megfelelően kerekít.</p>	
Fejlesztési feladatok és ismeretek		
<p>Műveleti azonosságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás), zárójelek helyes használata</p> <p>Tizedes törtek átírása közösleges tört alakba és viszont</p> <p>Irracionális számok szemléltetése</p> <p>Racionális számok elhelyezkedése számegyenesen</p> <p>Nyílt és zárt intervallumok fogalmának ismerete és alkalmazása</p> <p>Számok abszolút értékének, ellentettjének és reciprokjának meghatározása</p> <p>-A helyiértékes írásmód. A számok átírása a 10-es alapú számrendszerből n alapú ($n \leq 9$) számrendszerbe és viszont.</p> <p>Számológéppel elvégzett számítások eredményének előzetes becslése és nagyságrendi ellenőrzése</p> <p>Valós számok adott jegyre kerekítése</p> <p>Valós számok gyakorlati helyzetekben történő észszerű kerekítése</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	racionális szám, irracionális szám, valós szám, nyílt intervallum, zárt intervallum, abszolút érték, ellentett, reciprokok, számrendszer	
Javasolt tevékenységek	<p>A számológép helyes használatának elsajátítása, például műveleti sorrend, zárójelek</p> <p>Írásban elvégzett műveletek ellenőrzése számológéppel</p> <p>Célszám megközelítése adott számjegyekkel, műveleti jelek és zárójelek használatával</p> <p>Tanulói kiselőadás a helyi értékes számírás kialakulásáról, a számjegyek kialakulásának történetéről</p> <p>A tanteremben vagy a tanterem környezetében végzett mérések esetén a megfelelő kerekítés alkalmazása</p> <p>Adott mérés elvégzése esetén a mérési hiba következményeinek vizsgálata</p>	
Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során	Órakeret 25 óra

Tanulási eredmények	A témakör tanulása eredményeként a tanuló: műveleteket végez algebrai kifejezésekkel; ismeri a polinom fogalmát, fokszámát, fokszám szerinti rendezését; ismer és alkalmaz egyszerű algebrai azonosságokat; átalakít algebrai kifejezéseket összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával
Fejlesztési feladatok és ismeretek	
Műveletek egyszerű algebrai kifejezésekkel: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, egytagú kifejezések hatványa, polinomokkal végzett műveletek, polinom rendezése Műveleti azonosságok ismerete és alkalmazása egyenletek megoldása során Az $(a + b)^2$, az $(a - b)^2$ és az $(a + b)(a - b)$ kifejezésekre vonatkozó nevezetes azonosságok ismerete és alkalmazása (például oszthatósági feladatokban, egyenletek megoldásában, függvények ábrázolásában) Egyszerű másodfokú polinom átalakítása teljes négyzetté kiegészítéssel Algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával $a^n - b^n$ és az $a^{2n+1} - b^{2n+1}$ kifejezés szorzattá alakítása	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	összeg, tag, szorzat, tényező, egynemű kifejezés, együttható, teljes négyzet, polinom
Javasolt tevékenységek	„Gondolj egy számra, és én kitalálom” játék, matematikai bűvészlükkök algebrai magyarázata Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek geometriai modellezése A nevezetes azonosságok geometriai megjelenítése Számolási „trükkök” a nevezetes azonosságok segítségével, például kétjegyű számok négyzetének, 99 101 típusú szorzat eredményének kiszámolása fejben

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Arányosság, százalékszámítás	Órakeret 12 óra
Tanulási eredmények	A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére: ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált; ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát. A témakör tanulása eredményeként a tanuló: ismeri és alkalmazza az egyenes és a fordított arányosságot.	
Fejlesztési feladatok és ismeretek		
Az egyenes és a fordított arányosság fogalmának ismerete és alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során Az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának felismerése és elkészítése Példák az egyenes és a fordított arányosságtól különböző arányosságokra (négyzetes, gyökös) Példák egy irányban vagy ellentétes irányban változó mennyiségpárokra a mindennapi életből Százalékszámítással kapcsolatos hétköznapi helyzetekhez (például háztartási bevételekhez, kiadásokhoz, pénzügyi fogalmakhoz, gazdasági folyamatokhoz) és más tantárgyakhoz köthető feladatok megoldása		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	egyenes arányosság, fordított arányosság, százalékalap, százaléérték, százalékláb	
Javasolt tevékenységek	Összetett, valódi élethelyzetekkel kapcsolatos feladatok megoldása csoportmunkában, szükség esetén grafikon segítségével Háztartási számlák elemzése az azokon megjelenő egységárak és fizetendő összegek figyelembevételével.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek	Órakeret 34 óra
--------------------------------------	--	--------------------

Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <p>matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;</p> <p>adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;</p> <p>a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;</p> <p>a kiválasztott modellben megoldja a problémát;</p> <p>a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg választát;</p> <p>felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;</p> <p>egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi.</p> <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <p>ismeri és alkalmazza a következő egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, szorzattá alakítás, értelmezési tartomány vizsgálata, értékkészlet vizsgálata;</p> <p>megold elsőfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket, elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszereket.</p>
Fejlesztési feladatok és ismeretek	
<p>Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése</p> <p>Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése</p> <p>A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása</p> <p>A kiválasztott modellben a probléma megoldása</p> <p>A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve</p> <p>Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalmának ismerete</p> <p>Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet és egyenlőtlenség megoldása mérlegelvével és grafikusan</p> <p>Paraméteres elsőfokú egyenletek megoldása</p> <p>Egyszerű abszolútértékes egyenletek megoldása</p> <p>Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása behelyettesítéssel, közös együtthatók módszerével, grafikusan</p> <p>Elsőfokú háromismeretlenes egyenletrendszerek megoldása</p> <p>Törtés egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása</p> <p>Elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel, egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok megoldása (például út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keveréses feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok)</p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	alaphalmaz, megoldáshalmaz, mérlegelv, szám abszolútértéke
Javasolt tevékenységek	<p>Szöveges feladatok megoldása több különböző úton, a különböző megoldások összehasonlítása előnyök és hátrányok szempontjából</p> <p>Hiányos, túlhatározott, illetve ellentmondó adatokat tartalmazó problémák vizsgálata</p> <p>Nyílt végű problémák megoldása</p> <p>Adott egyenlethez szöveges feladat alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában</p> <p>Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek és egyenletrendszerek grafikus megoldása során; a digitális eszközzel történő ábrázolás előnyeinek és hátrányainak megbeszélése</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	6. A függvény fogalma, függvénytulajdonságok	Órakeret 20 óra
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <p>képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;</p> <p>adott értékkészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.</p> <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <p>megad hétköznapi életben előforduló hozzárendeléseket;</p> <p>adott képlet alapján helyettesítési értékeket számol, és azokat táblázatba rendezi;</p> <p>táblázattal megadott függvény összetartozó értékeit ábrázolja koordináta-rendszerben;</p>	

	a grafikonról megállapítja függvények alapvető tulajdonságait; megismerje az alapvető függvénytani fogalmak pontos definícióját.	
Fejlesztési feladatok és ismeretek		
<p>Hétköznapi hozzárendelések megfigyelése, tulajdonságainak megfogalmazása: egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű</p> <p>Függvény megadása, alapvető függvénytani fogalmak ismerete</p> <p>Függvényértékek meghatározása és táblázatba rendezése</p> <p>Függvények ábrázolása táblázat alapján</p> <p>Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására</p> <p>A grafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékkészletének, minimumának, maximumának és zérushelyének megállapítása, a növekedés és fogyás, periodicitás, paritás leolvasása</p> <p>Függvény konvexitása, konkavitása</p> <p>Lineáris függvény, másodfokú függvény, négyzetgyökfüggvény, fordított arányosságot leíró függvény abszolútérték függvény (elemi függvények) grafikonja, tulajdonságai</p> <p>Függvények összegének, különbségének, szorzatának, hányadosának fogalma és ezek alkalmazása</p> <p>Összetett függvény fogalma, képzésének módja</p> <p>Függvények megszorításának és kiterjesztésének fogalma</p> <p>Elemi függvényekkel egyszerű függvénytranszformációs lépések végrehajtása: $f(x) + c$, $f(x + c)$, $c \cdot f(x)$, $f(x)$</p> <p>Ábrázolása a $(c \cdot f(x + b) + d)$, illetve $c \cdot f(ax) + d$ függvénytípusoknak</p> <p>Lineáris függvények hozzárendelési utasításának leolvasása grafikon alapján</p> <p>Egyszerű függvények esetén az $f(x) = c$ alapján x meghatározása és ennek alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során</p> <p>Kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés megfordítása és a megfordított hozzárendelés ábrázolása</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékkészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás	
Javasolt tevékenységek	<p>Összetett, valódi helyzetekkel, például demográfiai kérdésekkel, pénzügyi feladatokkal kapcsolatos grafikonok elemzése csoportmunkában</p> <p>Hétköznapi helyzetekben időben változó folyamatokkal kapcsolatos mérések végzése és a mért adatok ábrázolása koordináta-rendszerben (például hőmérséklet)</p> <p>A tanulók mindennapi életéhez kapcsolódó grafikonok ábrázolása és elemzése (például út-idő grafikon az iskolába való eljutásról)</p> <p>Egyszerű, másodfokú függvénnyel jellemezhető, gyakorlati helyzethez köthető szélsőérték-feladatok megoldása csoportmunkában, például adott hosszúságú spárgával bekeríthető maximális területű téglalap adatainak mérése, megfigyelése</p> <p>Függvények ábrázolása digitális eszköz segítségével</p> <p>Barkochba játék a függvényekkel kapcsolatos fogalmak használatával</p> <p>Szöveges feladatok megoldása grafikus úton</p> <p>Algebrai úton nem vagy nehezen megoldható egyenletek közelítő megoldása grafikus úton digitális eszköz segítségével</p>	
Tematikai egység/ Fejlesztési cél	7. Geometriai alapismeretek	Órakeret 20 óra

Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <p>ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;</p> <p>felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.</p> <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <p>ismeri és használja a pont, egyenes, sík (térelemek) és szög fogalmát;</p> <p>ismeri és alkalmazza a nevezetes szögpárok tulajdonságait;</p> <p>ismeri az alapszerkesztéseket, és ezeket végre tudja hajtani hagyományos vagy digitális eszközzel.</p>
Fejlesztési feladatok és ismeretek	
<p>Két pont, pont és egyenes, két egyenes távolságának alkalmazása a síkban</p> <p>Egyenesek kölcsönös helyzetének ismerete és alkalmazása</p> <p>Nevezetes szögpárok tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcpszögek, egyállású szögek, váltószögek</p> <p>A szakaszfelező merőleges és a szögfelező mint ponthalmazok tulajdonságainak ismerete</p> <p>Dinamikus geometriai szoftver alkalmazásának előkészítése, használata</p> <p>Alapszerkesztések végrehajtása hagyományos vagy digitális eszközzel euklideszi módon: szakaszfelező merőleges, szögfelező, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése, szög másolása</p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	<p>pont, egyenes, sík, szögtartomány, hajlásszög, párhuzamos, merőleges, pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcpszögek, egyállású szögek, váltószögek, szakaszfelező merőleges, szögfelező</p>
Javasolt tevékenységek	<p>Az osztályteremben vagy a terem környezetében „egyenesek” kölcsönös helyzetének megadása, ezek távolságának megmérése</p> <p>Számszerű adatként csak a méretarányt tartalmazó térkép alapján valódi távolságok meghatározása, becslése</p> <p>Számszerű adatként csak méretarányt tartalmazó térképen adott helységektől (közelítőleg) egyenlő távolságra levő helységek megkeresése</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	8. Háromszögek	Órakeret 18 óra
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <p>ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;</p> <p>ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;</p> <p>sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg választát;</p> <p>kiszámítja háromszögek területét.</p> <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <p>ismeri és alkalmazza a háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei közötti kapcsolatokat; a speciális háromszögek tulajdonságait;</p> <p>ismeri és alkalmazza a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmakat és tételeket;</p> <p>ismeri és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását.</p>	
Fejlesztési feladatok és ismeretek		
<p>A háromszögek csoportosítása oldalak és szögek szerint</p> <p>Az alapvető összefüggések ismerete és alkalmazása háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között</p> <p>Speciális háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: szabályos, egyenlő szárú, derékszögű háromszög</p> <p>A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak, tételek ismerete, bizonyítása és alkalmazása: oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt, illetve beírt kör</p> <p>Az oldalfelező merőlegesek és a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tétel bizonyítása</p> <p>A Pitagorasz-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása</p>		

A Pitagorasz-tétel és megfordításának bizonyítása Háromszög területének kiszámítása különböző területképletekkel: $t = \frac{am}{2}$, $t = sr$ (bizonyítással), $t = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ képlettel	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt kör, beírt kör
Javasolt tevékenységek	A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételek felfedeztetése szerkesztéssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával, páros vagy csoportmunkában Konkrét alakzatok átdarabolása más alakzattá páros vagy csoportmunkában A derékszögű háromszög oldalaira szerkesztett négyzetek átdarabolása a Pitagorasz-tételnek megfelelő módon, pitagorasz-tangramok vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	9. Négyzetek, sokszögek	Órakeret 16 óra
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén; ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált; sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát; ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja; szabályos sokszögek területe, átdarabolással kiszámítja általános sokszögek területét. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> ismeri és alkalmazza a szabályos sokszög fogalmát; kiszámítja a konvex sokszög belső és külső szögeinek összegét. megismer néhány térbeli alakzatot: kocka, hasáb, henger, gúla, kúp 	
Fejlesztési feladatok és ismeretek		
<p>Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságainak ismerete, területének kiszámítása Konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek ismerete, bizonyítása és alkalmazása Szabályos sokszög fogalmának ismerete, területük kiszámítása Szabályos sokszög területe átdarabolással Térbeli alakzatok alkotóelemei</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög	
Javasolt tevékenységek	<p>Különböző típusú speciális négyszögek területének meghatározására vonatkozó formula felfedeztetése átdarabolással A belső és a külső szögösszegre vonatkozó tételek felfedeztetése, illusztrálása átdarabolással, hajtogatással vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével Projektmunka: lakás/iskola alaprajzának elkészítése méretarányosan</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Leíró statisztika	Órakeret 7 óra
--------------------------------------	-------------------	-------------------

Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <p>adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez; hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli; felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.</p> <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <p>átlagokat számít adatsokaságból; adatsokaságból adott szempont szerint oszlop- és kördiagramot készít hagyományos és digitális eszközzel.</p>
Fejlesztési feladatok és ismeretek	
<p>Statisztikai adatok gyűjtésének tervezése Statisztikai adatok gyűjtése hagyományos és internetes forrásból Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése középértékekkel hagyományos és digitális eszközzel A kapott adatok értelmezése, értékelése, egyszerű statisztikai következtetések Átlagok fogalma, használatuk Az adathalmat jól jellemző középértékek megválasztása, a választás melletti érvelés Oszlop- és kördiagram értelmezése, valamint készítése hagyományos és digitális eszközzel Konkrét adatsokaság ábrázolásához, statisztikai kérdés megválaszolásához a megfelelő diagramtípus kiválasztása Kördiagramból oszlopdiagram készítése és viszont Grafikus manipulációk felismerése és javítása diagramok esetén</p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	oszlopdiagram, kördiagram, átlag, súlyozott számtani közép, medián, módusz
Javasolt tevékenységek	<p>Gyakorlati példák keresése geometriai hozzárendelésekre, például fényképezés, filmvetítés</p> <p>A középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás bemutatása, mint két tengelyes tükrözés egymásutánja</p> <p>M. C. Escher és Victor Vasarely néhány interneten is elérhető alkotásának elemzése a szimmetriák szempontjából; hasonló módszerrel képek alkotása</p> <p>A sík parkettázása egybevágó háromszögekkel, négyszögekkel papírsablonok vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével</p> <p>A tengelyes vagy középpontos szimmetriára alapozó stratégiai játékok (például pénzforgató, színezős) páros munkában</p> <p>Az iskola közelében lévő magas épület (például templomtorony) magasságának meghatározása egy egyenes bot segítségével a bot és az épület árnyékának méréséből („Thalész-módszer”) csoportmunkában</p> <p>Valódi távolságok, valódi útvonalak hosszának meghatározása papíralapú térkép alapján</p>

10. ÉVFOLYAM

Tematikai egység címe	órakeret
1. Kombinatorika, gráfok	22 óra
2. Matematikai logika	17 óra
3. Hatvány, gyök	33 óra
4. Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek	41 óra
5. Kör és részei	20 óra
6. Transzformációk, szerkesztések	21 óra
7. Valószínűségszámítás	26 óra
Összóraszám	180 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Kombinatorika, gráfok	Órakeret 22 óra
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <p>matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;</p> <p>a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;</p> <p>a kiválasztott modellben megoldja a problémát;</p> <p>megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;</p> <p>konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével;</p> <p>véges halmazok elemszámát meghatározza;</p> <p>alkalmazza a logikai szita elvét.</p>	
Fejlesztési feladatok és ismeretek	<p>Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezéssel</p> <p>Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása matematikai problémákban, a permutáció az ismétléses permutáció, a variáció, az ismétléses variáció, a kombináció képletének alkalmazása egyes feladatokban</p> <p>Esetsztésválasztás és szorzási elv alkalmazása feladatok megoldásában</p> <p>Összeszámlálási modellek alkalmazása feladatok megoldásában</p> <p>Gráfok alkalmazása konkrét hétköznapi és matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldására</p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	gráf, gráf csúcsa, gráf éle	
Javasolt tevékenységek	<p>Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezett leszámplálással és a szorzási és/vagy esetsztésválasztási elv alkalmazásával</p> <p>A kombinatorikai alapesetek bizonyítása/ az ismétléses kombináció nélkül/ Geometriai eszközök használata kombinatorikai problémák megoldására</p> <p>Néhány feltételt tartalmazó tanulói órarend készítése kis elemszámmal</p> <p>Azonos modellen alapuló, de különböző megfogalmazású feladatok megoldása</p> <p>Szorzat vagy összeg alakban megadott eredményű kombinatorikafeladatokhoz saját szöveg írása</p> <p>Téves megoldású kombinatorikafeladatokban a hiba megtalálása és a tévedés kijavítása</p> <p>ismeri és tudja alkalmazni a skatulyaelvet;</p> <p>Sorba rendezési feladatok megoldásának szemléltetése gráffal</p> <p>Adott gráfhoz hozzáillő feladatszöveg alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Matematikai logika	Órakeret 17 óra
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <p>látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;</p> <p>megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;</p> <p>tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani és konkrét esetekben megfordítani.</p>	

	A témakör tanulása eredményeként a tanuló: adott állításról eldönti, hogy igaz vagy hamis; alkalmazza a tagadás műveletét egyszerű feladatokban; ismeri és alkalmazza az „és”, a (megengedő és kizáró) „vagy” logikai jelentését; megfogalmazza adott állítás megfordítását; helyesen használja a „minden” és „van olyan” kifejezéseket.
Fejlesztési feladatok és ismeretek	
<p>A matematikai bizonyítás fogalma Állítás logikai értékének megállapítása (igaz vagy hamis) Állítás tagadásának alkalmazása egyszerű feladatokban A „nem”, az „és”, a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása matematikai és matematikán kívüli feladatokban Összetett logikai állítások vizsgálata A „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értékének megállapítása és ennek indoklása egyszerű esetekben Adott állítás megfordításának megfogalmazása „Ha..., akkor...” és „akkor és csak akkor” típusú egyszerű állítások logikai értékének megállapítása A szükséges, az elégséges, a szükséges és elégséges fogalmak ismerete és használata Stratégiai és logikai játékok</p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	tétel, bizonyítás, igaz-hamis; „nem”, „és”, „vagy”, „vagy..., vagy...”, „ha..., akkor...”, „akkor és csak akkor”, „szükséges és elégséges”
Javasolt tevékenységek	„Bíróági tárgyalás”, ahol az osztály tanulói a védők és a vádlók egy állítás indoklására, cáfolására „Mit állít a szigetlakó?”, „Ki volt a tettes, ha...?” típusú feladatok eljátszása, megoldása csoportmunkában Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő” Stratégiai játékok, például egyszerű NIM játékok, táblás játékok Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Hatvány, gyök	Órakeret 33 óra
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <p>ismeri és alkalmazza a négyzetgyök fogalmát; ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait; ismeri az inverz függvény fogalmát.</p> <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <p>ismeri és alkalmazza a négyzetgyök fogalmát és azonosságait; ismeri és tudja alkalmazni az indirect bizonyítást; adott n esetén el tudja dönteni, hogy \sqrt{n} irracionális szám-e; ismeri és alkalmazza az egész kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait; ismeri és alkalmazza a normálalak fogalmát; bizonyítási igény kialakulása általánosan megfogalmazott állításokra.</p>	
Fejlesztési feladatok és ismeretek		
<p>Valós számok hatványozása pozitív egész kitevőre Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre A hatványozás azonosságainak megfigyelése, felfedezése A hatványozás azonosságainak bizonyítása konkrét alapszám és tetszőleges pozitív egész kitevő esetén A hatványozás azonosságainak bizonyítása egész kitevőre Számok normálalakja Számolás normálalak segítségével A négyzetgyök definíciója $\sqrt{2}$ irracionálisának bizonyítása Nemnegatív számok négyzetgyökének megadása számológép segítségével A négyzetgyökönözés azonosságai Négyzetgyökönözés azonosságainak bizonyítása</p>		

Kulcsfogalmak/ fogalmak	hatványalap, hatványkitevő, normálalak, négyzetgyök
Javasolt tevékenységek	Projektmunka: hányszor lehet félbehajteni egy nagyméretű papírt? Keresés az interneten, kísérlet végzése például egy teljes guriga vécepapírral Internetes forrásból származó, nagyon kicsi vagy nagyon nagy számokat tartalmazó cikkek valóság tartalmának megállapítása páros vagy csoportmunkában

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek	Órakeret 41 óra
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <p>matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi; adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít; a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot; a kiválasztott modellben megoldja a problémát; a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát; felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot; egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi.</p> <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <p>tudja bizonyítani és alkalmazni a másodfokú egyenlet megoldóképletét és a gyökök, együtthatók közötti összefüggést; megold másodfokú egyismeretlenes egyenleteket, egyenlőtlenségeket; egyszerűbb másodfokú egyenletrendszereket és ismeri és alkalmazza a diszkriminánst, a megoldóképletet, a gyökök és együtthatók közötti összefüggést és a gyöktényező alakot.</p>	
Fejlesztési feladatok és ismeretek		
<p>Másodfokú egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása A kiválasztott modellben a probléma megoldása A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve Egyenletek megoldása ekvivalens átalakításokkal Másodfokú egyenlet megoldása szorzattá alakítással, teljes négyzetté kiegészítéssel, megoldóképlettel és grafikusán Egyszerű másodfokúra visszavezethető egyenletek, egyenletrendszerek megoldása Másodfokú egyenlőtlenség megoldása grafikusán Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok megoldása Másodfokú függvényre vezető szélsőértékes feladatok megoldása Másodfokú parameteres egyenlet megoldása Törtés egyenletek, egyszerű törtés egyenlőtlenségek megoldása megoldása $\sqrt{x+c} = ax+b$ Legfeljebb két négyzetre emeléssel megoldható egyenletek megoldása Egyszerű négyzetgyökös egyenlőtlenségek megoldása Két pozitív szám számított középértékei (számtani, mértani, harmonikus) és ezeknek nagyságrendi viszonyaira vonatkozó tételek Bizonyítása a $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$, ha $a, b \in R^+$ tételnek. Feladatok megoldása a számtani és mértani közép közötti összefüggés alapján. Első és másodfokú egyenlőtlenségrendszerek megoldása</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	másodfokú egyenlet megoldóképlete, diszkrimináns, gyökök és együtthatók közötti összefüggés, gyöktényező alak, ekvivalens átalakítás	
Javasolt tevékenységek	Másodfokú egyenlet megoldása konkrét együtthatókkal és paraméterekkel, a lépéseket párhuzamosan végezve Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása során	

	Tanulói kiselőadás tartása magasabb fokú egyenletek megoldásának történetéről, érdekességeiről
--	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Kör és részei	Órakeret 20 óra
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <p>ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;</p> <p>ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;</p> <p>sík- és téreometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát.</p> <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <p>ki tudja számolni a kör és részeinek kerületét, területét;</p> <p>ismeri a kör érintőjének fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárral;</p> <p>ismeri és alkalmazza a Thalész-tételt és megfordítását;</p> <p>ismeri és alkalmazza az érintőnégyszöget, húrnégyszöget.</p>	
Fejlesztési feladatok és ismeretek		
<p>Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával</p> <p>Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével</p> <p>Kör, körcikk, körgyűrű és körszelet területének és kerületének kiszámítása</p> <p>Annak ismerete és alkalmazása, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak</p> <p>A Thalész-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása</p> <p>A Thalész-tétel és megfordításának bizonyítása</p> <p>Érintőnégyyszög tétel bizonyítása, a tétel megfordításának ismerete, a tételek alkalmazása</p> <p>A kerületi és középponti szögek tételének, valamint a kerületi szögek tételének bizonyítása és ezek alkalmazása</p> <p>A látókör fogalom és használata</p> <p>Húrnégyszög tétel bizonyítása, a tétel megfordításának ismerete, a tételek alkalmazása</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	középponti szög, kerületi szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, érintőszakaszok, érintőnégyyszög, húrnégyszög	
Javasolt tevékenységek	<p>Annak felfedeztetése méréssel, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával; különböző méretű körök esetén a kapott adatok táblázatba foglalása</p> <p>A Thalész-tétel felfedeztetése szerkesztéssel, szögméréssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	6. Transzformációk, szerkesztések	Órakeret 21 óra
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <p>ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;</p> <p>ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;</p> <p>alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;</p> <p>ismeri a geometriai transzformációk és függvények kapcsolatát;</p> <p>ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket.</p> <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <p>ismer példákat geometriai transzformációkra;</p> <p>ismeri és alkalmazza a síkbeli egybevágósági transzformációkat és tulajdonságaikat; alakzatok egybevágóságát;</p> <p>ismeri és alkalmazza a középpontos hasonlósági transzformációt, a hasonlósági transzformációt és az alakzatok hasonlóságát;</p> <p>megszerkeszti egy alakzat tengelyes, illetve középpontos tükörképét, pont körüli elforgatottját, párhuzamos eltoltját hagyományosan és digitális eszközzel;</p>	

	<p>geometriai szerkesztési feladatoknál vizsgálja és megállapítja a szerkeszthetőség feltételeit; megismer példákat térbeli egybevágósági transzformációra.</p>
Fejlesztési feladatok és ismeretek	
<p>Példák ismerete geometriai hozzárendelésekre (merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, merőleges affinitás, térkép, fényképezés) A tengelyes tükrözés, a középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás ismerete, tulajdonságai A vektor fogalmának kialakítása a párhuzamos eltolás segítségével Egybevágósági transzformációk pontos definiálása Egybevágósági transzformációk egymás utáni végrehajtása Egybevágósági transzformációk végrehajtása szerkesztéssel vagy digitális eszközzel Egybevágó alakzatok, szimmetriák megfigyelése a környezetben, művészeti alkotásokban Az egybevágósági transzformációk alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában A síkidomok egybevágóságának fogalma Háromszögek egybevágóságának alapesetei és ezek alkalmazása Négyszögek egybevágósága A sokszögek egybevágóságának feltétele Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel; diszkusszió Gyakorlati feladatok megoldása egybevágóságok segítségével (például a sík parkettázása különféle síkidomokkal; szabásminta készítése, használata) A középpontos hasonlósági transzformáció és a hasonlósági transzformáció definíciójának ismerete, tulajdonságai A párhuzamos szelők tételének, a tétel megfordításának, a párhuzamos szelőszakaszok tételének ismeretében a tételek alkalmazása A hasonlóság fogalmának ismerete és alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában Magasság- és befogótétel bizonyítása és alkalmazása A háromszög belső szögfelezőjére vonatkozó tétel bizonyítása és alkalmazása A merőleges vetítés ismerete és alkalmazása feladatokban Gyakorlati feladatok megoldása hasonlóság segítségével (például alaprajz-, térképkészítés, modellezés)</p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás, párhuzamos eltolás, egybevágóság, forgásszög, vektor, vektorok összege, középpontos hasonlósági transzformáció, hasonlósági transzformáció, hasonlóság, a hasonlóság aránya
Javasolt tevékenységek	<p>Gyakorlati példák keresése geometriai hozzárendelésekre, például fényképezés, filmvetítés A középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás bemutatása mint két tengelyes tükrözés egymásutánja M. C. Escher és Victor Vasarely néhány interneten is elérhető alkotásának elemzése a szimmetriák szempontjából; hasonló módszerrel képek alkotása A sík parkettázása egybevágó háromszögekkel, négyszögekkel papírsablonok vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével A tengelyes vagy középpontos szimmetriára alapozó stratégiai játékok (például pénzforgató, színezős) páros munkában Az iskola közelében lévő magas épület (például templomtorony) magasságának meghatározása egy egyenes bot segítségével a bot és az épület árnyékának méréséből („Thalész-módszer”) csoportmunkában Valódi távolságok, valódi útvonalak hosszának meghatározása papíralapú térkép alapján</p>
Tematikai egység/ Fejlesztési cél	7.Valószínűségszámítás
	Órakeret 26 óra

Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <p>konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza.</p> <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <p>tapasztalatai alapján véletlen jelenségek jövőbeni kimenetelére észszerűen tippel; véletlen kísérletek adatait rendszerezi, relatív gyakoriságokat számol, nagy elemszám esetén számítógépet alkalmaz.</p>
Fejlesztési feladatok és ismeretek	
<p>Valószínűségi kísérletek elvégzése, gyakorisági, relatív gyakorisági táblázatok készítése</p> <p>A valószínűség fogalmának bevezetése statisztikai alapon</p> <p>A klasszikus valószínűségi modell fogalma és alkalmazása</p> <p>Diszkrét valószínűség-eloszlások ábrázolása hagyományos és digitális eszközzel</p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	<p>valószínűségi kísérlet, esemény, elemi esemény, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség, diszkrét valószínűség-eloszlás</p>
Javasolt tevékenységek	<p>Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (például dobások szabályos dobókockákkal, pénzérmékkal); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; tippelés az egyes kimenetelekre és becslés a bekövetkezésük valószínűségére</p> <p>Játékokban a szerencsefaktor vizsgálata, például „Ki nevet a végén” játék esetében az első hatos dobás eloszlása</p> <p>Különböző társasjátékokban stratégia meghatározása, döntéshozatal esélylatolgatás alapján</p> <p>Különböző szerencsejátékok (lottó, totó, póker, black jack, internetes sportfogadások) esetében a nyeresi esély összehasonlítása</p>

11-12. évfolyam

TANTÁRGYI STRUKTÚRA ÉS ÓRASZÁMOK

11. évf.	12. évf.
heti 5 óra (összesen 180 óra)	heti 6 óra (összesen 192 óra)

11. ÉVFOLYAM

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák. Ezek a számonkérésre szánt óraszámokkal együtt értendők. Az óraszámok $36 \cdot 5 = 180$ éves órámennyiséghez illeszkednek.

Témakör neve	Javasolt óraszám
Kombinatorika, gráfok	18
Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése	16
Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus	38
Exponenciális folyamatok vizsgálata	6
Trigonometria	34
Koordinátageometria	35
Sorozatok	24
Leíró statisztika	9
Összes óraszám:	180

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Kombinatorika, gráfok	Órakeret 18 óra
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <p>matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;</p> <ul style="list-style-type: none"> -a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot; -a kiválasztott modellben megoldja a problémát. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> -megold sorbarendezi és kiválasztási feladatokat; -konkrét szituációkat szemléltet és feladatokat megold gráfok segítségével; -ismeri a főbb gráftípusokat és alkalmazza ezeket problémamegoldásokban. 	
Fejlesztési feladatok és ismeretek	<p>Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorbarendezi és kiválasztási feladatok megoldása</p> <p>A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása</p> <p>Ismeri és alkalmazza a binomiális tételt</p> <p>Ismeri a Pascal-háromszöget, a legfontosabb tulajdonságaival</p> <p>Mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül</p> <p>A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában.</p> <p>Gráfokra vonatkozó fogalmak</p> <p>Teljes gráf éleinek száma</p> <p>Fagráf élei és csúcsai közötti összefüggés</p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	faktoriális, binomiális együttható; csúcs fokszáma gráfban; többszörös él; hurokél; séta; körséta; út; kör; összefüggő gráf; egyszerű gráf; fagráf; komplementer gráf; izomorf gráf; teljes gráf, Pascal-háromszög	
Javasolt tevékenységek	<p>Anagramma készítése a tanulók neveiből</p> <p>A pókerben előforduló lehetséges nyerő lapkombinációk számának meghatározása</p> <p>A Pascal-háromszög és tulajdonságai felfedeztetése például kéttagú összeg hatványaiban szereplő együtthatók segítségével</p>	

	Különböző szituációk kétféle módon történő összeszámlálása és ebből következő egyszerű kombinatorikus összefüggések felfedezése Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel konkrét lejátszása, a tapasztalatok összegyűjtése
--	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése	Órakeret 16 óra
Tanulási eredmények	A témakör tanulása eredményeként a tanuló: -ismeri és alkalmazza az oszthatóság alapvető fogalmait; -összetett számokat felbont prímszámok szorzatára, ismeri a számelmélet alaptételét; -tudja, hogy végtelen sok prímszám van; -meghatározza két természetes szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, és alkalmazza ezeket egyszerű gyakorlati feladatokban; -ismeri és alkalmazza az oszthatósági szabályokat; -tudjon oszthatósági feladatokat megoldani; -tudja meghatározni természetes számok pozitív osztóinak számát; -érti a helyi értékes írásmódot 10-es és más alapú számrendszerekben; -tudjon n alapú($n \leq 9$) számrendszerben felírt számokat összeadni és kivonni; -ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig; -ismer példákat irracionális számokra.	
Fejlesztési feladatok és ismeretek		
Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényező felbontásból Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka) Számolás 10-estől különböző, 10-esnél kisebb alapú alapú számrendszerben: összeadás, kivonás Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete Példák irracionális számokra Mit értünk számhalmazok műveleti zártságán Végtelen sok prímszám igazolása		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	természetes szám, egész szám, racionális szám, irracionális szám, valós szám, relatív prímek, prímszám	
Javasolt tevékenységek	Oszthatósággal kapcsolatos „bűvésztükkök” bemutatása Számrendszerek segítségével megoldható rejtvények Tanulói kiselőadás a 10-estől különböző alapú számrendszerek használatáról a múltban és ennek mai napig tartó hatásairól Tanulói kiselőadás számelméleti érdekességekről, például tökéletes számok és barátságos számpárok, prímszámok, jelenleg ismert legnagyobb prím, titkosítás Halmazábra elkészítése a számhalmazokról	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus	Órakeret 38 óra
Tanulási eredmények	A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére: -ismerje a permanencia elvet; -a gyökvonás és a racionális kitevőjű hatvány kapcsolatát megismeri és használja; -ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát; A témakör tanulása eredményeként a tanuló: ismeri és alkalmazza az n-edik gyök fogalmát; ismeri és alkalmazza a gyökvonás azonosságait; ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait; tudja szemléletesen értelmezni az irracionális kitevőjű hatványt;	

	ismeri, bizonyítja és alkalmazza a logaritmusra vonatkozó azonosságokat/ szorzat, hányados, hatvány, áttérés más alapra/ képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol; adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.
Fejlesztési feladatok és ismeretek	
<p>Az n-edik gyök fogalmának ismerete és alkalmazása Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai Exponenciális egyenletek, egyenletrendszer megoldása Egyszerű exponenciális egyenlőtlenségek megoldása A logaritmus értelmezése Logaritmusfüggvények ábrázolása Logaritmus azonosságai Áttérés más alapú logaritmusra Egyszerűbb logaritmosos egyenletek megoldása Egyszerű logaritmosos egyenlőtlenségek megoldása Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához</p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	n-edik gyök, exponenciális függvény, logaritmus
Javasolt tevékenységek	<p>A permanencia-elv gyakorlati „kipróbálása” a definíció megadása előtt Matematikatörténeti érdekességek (például déloszi probléma) feldolgozása projektmunkában Különböző alapú exponenciális függvények ábrázolása milliméterpapíron, és a kapott grafikonok összehasonlítása csoportmunkában Nagy számok számjegyei számának meghatározása logaritmus segítségével 10-estől eltérő alapú logaritmus kiszámolása csak 10-es alapú logaritmus kiszámolására alkalmas számológéppel</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Exponenciális folyamatok vizsgálata	Órakeret 6 óra
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> -matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi; -ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> -adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít; -a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot; -a kiválasztott modellben megoldja a problémát; -a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát; -egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékészlet-vizsgálattal ellenőrzi; -megold egyszerű, a megfelelő definíció alkalmazását igénylő exponenciális egyenleteket, egyenlőtlenségeket. 	
Fejlesztési feladatok és ismeretek		
<p>Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése A gyakorlati (például pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása A kiválasztott modellben a probléma megoldása</p>		

A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Nincsenek új fogalmak.
Javasolt tevékenységek	Tanulói kiselőadás az exponenciálisan változó folyamatokról a természetben és a társadalomban Adatgyűjtés különböző forrásokból származó, exponenciális vagy közelítőleg annak tekinthető változókra csoportmunkában Gyakorlati, időben exponenciálisnak tekinthető változást mutató grafikonokra exponenciális függvény illesztése digitális eszköz segítségével, és az illesztett függvény paramétereinek értelmezése

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Trigonometria	Órakeret 34 óra
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> -ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> -ismeri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben; -ismeri tompaszögek szögfüggvényeinek származtatását a hegyesszögek szögfüggvényei alapján; -ismeri a szögek szögfüggvényeinek általános származtatását; -ismeri a szögfüggvényeinek összefüggéseit; -alkalmazza a szögfüggvényeket geometriai számítási feladatokban; -a szögfüggvény értékének ismeretében meghatározza a szöveget; -kiszámítja háromszögek területét; -ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja; -átdarabolással kiszámítja sokszögek területét -térbeli alakzatok alkotóelemeinek távolságát, szögét kiszámolja. 	
Fejlesztési feladatok és ismeretek		
<p>Hegyeszög szinusza, koszinusza, tangense Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben Tompaszög szinusza, koszinusza, tangense Szögfüggvények általános definíciója Szögfüggvények(sin,cos,tg) ábrázolása és tanszformációik Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszsi összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében Szinusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása A szinusztétel bizonyítása A koszinusztétel bizonyítása Függvénytáblázat segítségével alkalmazása egyszerű feladatokban az addíciós összefüggéseknek ($\sin(\alpha + \beta)$, $\cos(\alpha + \beta)$, $\operatorname{tg}(\alpha + \beta)$, $\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$, $\operatorname{tg} 2\alpha$. Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása Definíciók és azonosságok közvetlen alkalmazását igénylő, és másodfokúra visszavezethető trigonometrikus egyenleteket megoldása Egyszerű trigonometrikus egyenlőtlenségek megoldása</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	szinusz, koszinusz, tangens, szinusztétel, koszinusztétel	

Javasolt tevékenységek	Tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, ácsmunka, GPS működése Az iskolában vagy annak környezetében kijelölt, tetszőleges háromszög, illetve négyszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában
------------------------	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Koordináta geometria	Órakeret 35 óra
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> -ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat; -ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket, köztük a skalárszorzatot; -alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában; -megad pontot és vektort koordinátaival a derékszögű koordináta-rendszerben; -koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő ponthalmazokat; -koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal; -ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét; -egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére; -kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében; -megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében; -tudja levezetni $x^2 = 2py$ alakú parabola egyenletét -felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot. 	
Fejlesztési feladatok és ismeretek		
<p>A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása Az egyértelmű vektorfelbontás tétele Vektorok alkalmazása feladatok megoldásában Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái Vektor 90 fokos elforgatottjának koordinátái, alkalmazásuk feladatokban 2 vektor skalárszorzata kétféle kiszámításának ismerete és alkalmazása, vektorok hajlásszögének kiszámítása Szakaszfelezőpont, hamadolópontjai koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján(igazolásuk) A háromszög súlypontjának koordinátáira vonatkozó összefüggés igazolása és alkalmazása Egyenes egyenlete $y = mx + b$ vagy $x = c$ alakban Egyenes meredekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása a meredekségek alapján Egyenesek egyenletének felírása többféle kiindulási adatokkal(normálvektorral, irányvektorral) Az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái Egyenesek párhuzamosságának, merőlegességének koordináta geometriai feltételei Síkbeli egyenesek hajlásszögének kiszámítása A kör egyenletének levezetése és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében A kör és a másodfokú kétismeretlenes egyenlet kapcsolata A kétismeretlenes másodfokú köregyenletből a sugár és a középpont meghatározása Kör és egyenes metszéspontja Kör adott pontjában húzott érintő egyenlete Két kör kölcsönös helyzete, metszéspontjaik Feladatok megoldása y tengellyel párhuzamos tengelyű parabolákkal</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, egyenes meredeksége, normálvektor, irányvektor, kör egyenlete, parabola, y tengellyel párhuzamos tengelyű parabola egyenlete	

Javasolt tevékenységek	<p>„Torpedójáték” koordináta-rendszerben Helymeghatározás térképen a szélességi és hosszúsági adatok segítségével Ház/lakás alaprajzának elkészítése koordináta-rendszerben, az eredeti adatok alapján Játék helyvektorokkal dinamikus geometriai szoftver használatával Gondolattérkép készítése a koordinátagometria kapcsolatainak bemutatására csoportos vagy egyéni munkaformában „Oroszlánfogás”: lineáris egyenlőtlenségrendszer megoldása grafikusán, digitális eszköz segítségével „Célba lövés”: játék körökkel a koordináta-rendszerben</p>
------------------------	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Sorozatok	Órakeret 24 óra
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> -ismeri és alkalmazza a sorozat fogalmát; -megismeri a sorozatok fajtáit és tulajdonságait -megismeri a végtelen mértani sor fogalmát. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> -számítási és mértani sorozatokat adott szabály alapján felír, folytat; -a számítási/mértani sorozat n-edik tagját felírja az első tag és a különbség (differencia)/hányados (kvóciens) ismeretében; -a számítási/mértani sorozatok első n tagjának összegét kiszámolja; -ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát; -mértani sorozatokra vonatkozó ismereteit használja gazdasági, pénzügyi, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában -sorozat határértékét meghatározza; -kiszámolja a végtelen mértani sor összegét. 	
Fejlesztési feladatok és ismeretek		
<p>A számsorozat fogalmának ismerete Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval Számítási és mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint Számítási sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege Mértani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege A számítási és a mértani sorozat első n tagjának összegére vonatkozó képlet bizonyítása Számítási és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában Megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjárdék és törlesztőrészlet számítása Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása Sorozatok korlátossága, monotonitása, konvergenciája A határérték szemléletes és pontos definíció. Műveletek konvergens sorozatokkal, egyszerűbb sorozatok összegének, különbségének, szorzatának, hányadosának határértéke Konvergens és divergens sorozatok Konvergens sorozatok tulajdonságai Nevezetes sorozatok Rendőrelv Végtelen mértani sor összegének levezetése és az összegképlet alkalmazása egyszerűbb feladatokban</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	számsorozat, töke, kamatláb, kamat, futamidő, gyűjtőjárdék, törlesztőrészlet, konvergens sorozat, divergens sorozat, végtelen mértani sor	
Javasolt tevékenységek	<p>Tanulói kiselőadás tartása nevezetes sorozatokról, például Fibonacci-sorozat Az első 100 pozitív természetes szám összegének meghatározása a „kis” Gauss módszerével A sakktáblára elhelyezett, mezőről mezőre kétszeres számú búzaszemek kérdésének bemutatása</p>	

	Valódi pénzügyi termékek kamatozási és egyéb feltételeinek összehasonlítása csoportmunkában internetes adatgyűjtés segítségével
--	---

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Leíró statisztika	Órakeret 9 óra
Tanulási eredmények	A témakör tanulása eredményeként a tanuló: -adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez; -hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli; -ismeri és alkalmazza a sodrófa (box-plot) diagramot adathalmazok jellemzésére, összehasonlítására; -felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.	
Fejlesztési feladatok és ismeretek		
<p>A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középpértékekkel és szóródási mutatókkal Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	reprezentatív minta, sodrófa (box-plot) diagram, minimum, maximum, kiugró adat, kvartilisek, terjedelem, átlagos abszolút eltérés, szórás	
Javasolt tevékenységek	<p>Példák reprezentatív és nem reprezentatív mintavételre Szavazások szimulálása és különböző szavazatértékelő rendszerek vizsgálata iskolai körülmények között A Simpson-paradoxon bemutatása példákon Az interneten található, megbízható forrásból (pl. KSH honlapja) származó statisztikák értelmezése, elemzése, lehetséges következtetések megfogalmazása Különböző forrásokból származó adathalmazok statisztikai elemzése, értékelése, ezekből valamilyen adott szempont alapján manipulatív és nem manipulatív diagram készítése</p>	

12. évfolyam

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák. Ezek a számonkérésre szánt óraszámokkal együtt értendők. Az óraszámok $32 \cdot 6 = 192$ éves órarmennyiséghez illeszkednek.

Témakör neve	Javasolt óraszám
Halmazok, matematikai logika	4
Folytonosság, differenciálszámítás	33
Térgeometria	30
Integrálszámítás	35
Valószínűség-számítás	28
Rendszerező összefoglalás	62
Összes óraszám:	192

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Halmazok, matematikai logika	Órakeret 6 óra
Tanulási eredmények	A témakör tanulása eredményeként a tanuló: -látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat; -megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét; -ismeri a bizonyítások típusait: direkt, indirekt, teljes indukciós, skatulyaelves; -tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani, konkrét esetekben tételt megfordítani.	
Fejlesztési feladatok és ismeretek		
A halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok bemutatása példákon keresztül Logikai kifejezések megfelelő használata Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása Stratégiai és logikai játékok		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	logikai műveletek	
Javasolt tevékenységek	A tanulók mindennapi tapasztalataihoz köthető, összetett állítások logikai értékének meghatározása igazságtáblázat segítségével Rejtvényűjságokban szereplő feladványok megfejtése következtetések láncolatán keresztül Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő” Stratégiai játékok, például NIM játékok, táblás játékok Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Folytonosság, differenciálszámítás	Órakeret 33 óra
Tanulási eredmények	A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére: -megismerkedjen a függvények vizsgálatának új módszerével, -a függvény folytonossága és határértéke fogalmakat megalapozza, -a differenciálszámítás módszereinek használatával képes a függvények lokális és globális tulajdonságainak vizsgálatára. A témakör tanulása eredményeként a tanuló: -a matematikán kívüli területeken is (fizika, közgazdaságtan) alkalmazásokat kereshet.	
Fejlesztési feladatok és ismeretek		
Függvény határértéke. A függvények határértékének szemléletes fogalma, pontos definíciói. Jelölések. Függvények véges helyen vett véges; végtelenben vett véges; végtelenben vett végtelen határértéke. A sorozatok és a függvények határértékének kapcsolata. A $\sin x/x$ függvény vizsgálata, az $x = 0$ helyen vett határértéke. A függvények folytonossága.		

<p>Példák folytonos és nem folytonos függvényekre. A folytonosság definíciói. Intervallumon folytonos függvények. Korlátos és zárt intervallumon folytonos függvények tulajdonságai. Bevezető feladatok a differenciálhányados fogalmának előkészítésére. A függvénygörbe érintőjének iránytangense. A pillanatnyi sebesség meghatározása.</p> <p>A differenciálhatóság fogalma. A különbségi hányados függvény, a differenciálhányados (derivált), a deriváltfüggvény. Példák nem differenciálható függvényekre is. Kapcsolat a differenciálható és a folytonos függvények között. Alapfüggvények deriváltja: Konstans függvény, x^n, trigonometrikus függvények deriváltja. Műveletek differenciálható függvényekkel. Függvény konstansszorosának deriváltja, összeg-, szorzat-, hányados-, összetett függvény deriváltja. Inverz függvény deriváltja. Exponenciális és logaritmikusfüggvény deriváltja. (Bizonyítás nélkül.)</p> <p>A függvény tulajdonságai és a derivált kapcsolata. Lokális növekedés, fogyás – intervallumon monoton függvény. Szélsőérték – lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték. A szükséges és az elégséges feltételek pontos megfogalmazása, alkalmazása.</p> <p>Konvexitás vizsgálata deriválással. A konvexitás definíciója. Inflexiós pont. A második derivált és a konvexitás kapcsolata.</p> <p>Függvényvizsgálat differenciálszámítással. Gyakorlati jellegű szélsőérték-feladatok megoldása.</p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvényfolytonosság, -határérték. Különbségi hányados függvény, derivált, deriváltfüggvény, magasabbrendű derivált. Monotonitás, lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték. Konvex, konkáv függvény.
Javasolt tevékenységek	<ul style="list-style-type: none"> - a valós számok halmazán értelmezett függvények jellemzése; - számítógépes szoftver alkalmazása függvények grafikonjának megrajzolására; - az út-idő függvény és a pillanatnyi sebesség kapcsolata, - Magasabbrendű deriváltak. - Matematikatörténet: Fermat, Leibniz, Newton, Cauchy, Weierstrass - Középtértéktételek

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Térgeometria	Órakeret 30 óra
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> - ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> - ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét; - ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén; - ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált; - sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát; - ismeri és alkalmazza a hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságait; 	

	<ul style="list-style-type: none"> -lerajzolja a kocka, téglatest, egyenes hasáb, egyenes körhenger, egyenes gúla, forgáskúp hálóját; -kiszámítja a speciális testek felszínét és térfogatát egyszerű esetekben; -ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket; -ismeri és alkalmazza a hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételeket.
Fejlesztési feladatok és ismeretek	
<p>Tételek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban, kitérő egyenesek távolsága és szöge is</p> <p>A terület, térfogat, irtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete</p> <p>Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete</p> <p>Sík- és térgeometriai feladatoknál a válasz megadása a problémának megfelelő mértékegységben</p> <p>A hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban</p> <p>A kocka, a téglatest, az egyenes hasáb, az egyenes körhenger, az egyenes gúla és a forgáskúp hálójának lerajzolása konkrét esetekben</p> <p>A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással</p> <p>Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása</p> <p>A hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása</p> <p>A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása</p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	kocka, téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp, egyenes test, forgástest, n-oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplap, oldallap, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test hálója
Javasolt tevékenységek	<p>Hétköznapi tárgyak (üdítősdoboz, vizesflakon, tejfölösdoboz stb.) térfogatának megállapítása méréssel, a kapott eredmény összehasonlítása a tárgyon szereplő értékkel</p> <p>A Louvre bejáratoként épített üvegpiramis földfelszín feletti térfogatának és az üvegfelület felszínének meghatározása (szükséges adatok gyűjtése az internetről)</p> <p>Annak becslése csoportmunkában, hogy a teret milyen arányban tudjuk kitölteni egybevágó érintkező gömbökkel különböző elrendezések esetén</p> <p>Különböző méretű, megközelítőleg gömb alakú gyümölcsök térfogatának és felszínének becslése, a becslés ellenőrzése méréssel</p> <p>A Föld felszínének és térfogatának közelítése földgömbmodellen méréssel és számolással, majd a kapott értékek összevetése a hivatalos adatokkal</p> <p>Projektmunka a gömbről: hogyan jelenik meg a gömb a mindennapi életben, a többi tantárgyban és a matematikában; a gömbi geometria alapjai</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Integrálszámítás	Órakeret óra
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Az integrálszámítás módszereivel találkozva a közelítő módszerek ismeretének bővíti tudását. -A függvény alatti terület alkalmazását a matematika és a fizika több területén használhatja -Áttekinthető képe alakul ki a térgeometriáról, a felszín- és térfogatszámítás módszereiről 	
Fejlesztési feladatok és ismeretek		
<p>Bevezető feladatok az integrál fogalmához</p> <p>Függvény grafikonja alatti terület.</p> <p>A megtett út és a sebesség-idő grafikon alatti terület.</p> <p>A munka kiszámítása az erő-út grafikon alatti terület alapján.</p> <p>Alsó és felső közelítő összegek.</p> <p>Az intervallum felosztása, a felosztás finomítása.</p> <p>Közelítés véges összegekkel.</p>		

<p>A határozott integrál fogalma, jelölése. A szemléletes megközelítésre alapozva eljutás a pontos definícióig. Példa nem integrálható függvényre is. Negatív függvény határozott integrálja. A határozott integrál és a terület-előjeles terület. Az integrál közelítő kiszámítása. Az integrálhatóság szükséges és elegendő feltétele. Korlátos és monoton függvények integrálhatósága. A határozott integrál tulajdonságai Az integrál mint a felső határ függvénye. Integrálfüggvény. Folytonos függvény integrálfüggvényének deriváltja. Kapcsolat a differenciálszámítás és az integrálszámítás között. A primitív függvény fogalma. A primitív függvények halmaza a határozatlan integrál: hatványfüggvény, polinomfüggvény, trigonometrikus függvények. A Newton-Leibniz-tétel. Az integrálszámítás alkalmazása szélsőértékes feladatok megoldására. Két függvénygörbe közötti terület meghatározása.</p> <p>Forgástest térfogatának meghatározása. Henger, kúp, csonkakúp, csonkagúla térfogata</p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	<p>Alsó- és felső közelítő összeg, határozott integrál. Primitív függvény, határozatlan integrál. Newton-Leibniz-tétel</p>
Javasolt tevékenységek	<p>Cavalieri-elv Területszámítási módszerek alkalmazása a matematika más témaköreiben. (Pl. geometriai bizonyításokban.) Számítógépes szoftver használata a határozott integrál szemléltetésére Gömb felszínének levezetése (Heurisztikus, nem precíz módszerrel) Euler-féle poliéder-tétel. (Bizonyítás nélkül.) Szabályos testek Gömb, gömbszelet térfogata Integrálás helyettesítéssel Az integrálás közelítő módszerei – numerikus módszerek Matematikatörténet: Newton, Leibniz, Euler, Bernhard Riemann</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Valószínűségszámítás	Órakeret 18 óra
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> - konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza; - ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet; - ismeri és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét; - meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén. 	
Fejlesztési feladatok és ismeretek		
<p>Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására Példák ismerete független és nem független eseményekre A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása A geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén</p>		

<p>Binomiális eloszlás és a hipergeometrikus eloszlás értelmezése és alkalmazásával konkrét feladatok megoldása</p> <p>Feltételes valószínűség definiálása és alkalmazása</p> <p>A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban</p> <p>Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)</p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	<p>események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események, geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel, várható érték</p>
Javasolt tevékenységek	<p>Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (pl. szabályos dobókockákkal, pénzérmével dobálás); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; becslés az egyes kimenetekre, illetve összetett események valószínűségére csoportmunkában</p> <p>Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában</p> <p>Orvosi tesztek eredményének esélyelemzése fagráf segítségével</p> <p>Egyszerű valószínűségi játékokhoz kapcsolódóan a várható nyereség és az igazságosság fogalmának kialakítása</p> <p>Konkrét bank konkrét befektetési portfóliójának értelmezése, elemzése</p> <p>Néhány konkrét biztosítási ajánlat értelmezése, elemzése</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Rendszerező összefoglalás	Órakeret 51 óra
Előzetes tudás	A középiskolai matematika anyaga.	
Nevelési-fejlesztési célok	<p>A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás.</p> <p>Hatékony, önálló tanulás kompetenciájának fejlesztése.</p> <p>Felkészítés az emelt szintű érettségi vizsgára</p>	
Fejlesztési feladatok és ismeretek		
Gondolkodási és megismerési módszerek		
<p>Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.</p> <p>Véges és végtelen halmazok. Halmazműveletek.</p> <p>A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer).</p> <p>Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.</p> <p>Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.</p> <p>A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.</p> <p>Halmazok eszközjellegű használata.</p> <p>Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.</p> <p>Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.</p> <p>Bizonyítási módszerek.</p> <p>Direkt és indirekt bizonyítás közötti különbség megértése. Néhány tipikusan hibás következtetés bemutatása, elemzése.</p> <p>Skatulyaelv, teljes indukció.</p> <p>Kombinatorika: leszámplálási feladatok. Egyszerű feladatok megoldása gráfokkal.</p> <p>Sorbarendezési és kiválasztási problémák felismerése: Permutáció, variáció, kombináció.</p> <p>Gráfok: tanult fogalmak, tételek.</p> <p>Gondolatmenet szemléltetése gráffal.</p> <p>Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok.</p> <p>Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései: valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel.</p>		
Számтан, algebra		

<p>Gyakorlati számítások. Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés. Polinomok, polinomokkal végzett műveletek, nevezetes azonosságok. Egyenletek és egyenlőtlenségek. Nevezetes egyenlőtlenségek. Megoldások az alaphalmaz, értelmezési tartomány,értékkészlet, szorzattá alakítás, megoldáshalmaz megfelelő kezelésével. Algebrai azonosságok, hatványozás, gyökvonás, azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok. Az azonosságok szerepének ismerete, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.</p>
<p>Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése. Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. Az önellenőrzésre való képesség. Önfegyelem fejlesztése: sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás. Első- és másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség. Négyzetgyökös egyenletek. Abszolút értéket tartalmazó, törtes egyenletek. Exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenletek, egyszerű egyenlőtlenségek. Tanult egyenlettípusok és egyenlőtlenségtípusok önálló megoldása. Elsőfokú és másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer, egyenlőtlenség-rendszerek megoldása. A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása. Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető gyakorlati életből vett és szöveges feladatok. Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés.</p>
<p>Függvények, sorozatok</p>
<p>A függvény megadása. A függvények tulajdonságai. Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete. Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása konkrét feladatokban. Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai. A tanult alapfüggvények ismerete. Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése). Függvénytranszformációk: $f(x) + c$, $f(x + c)$; $cf(x)$; $f(cx)$; $c \cdot f(x + b) + d$, ill. $c \cdot f(ax) + d$.Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen. Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk. Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint. Emlékezés, ismeretek mozgósítása. Függvények használata valós folyamatok elemzésében. Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében. Sorozatok: fogalma, számtani, mértani, sor, korlátossága, monotonitása, határértéke.Kamatszámítás. Függvények folytonossága, tanult határértékei. Differenciálszámítás Függvénydiszkusszió, szélsőértékes vizsgálatok.</p>
<p>Geometria, trigonometria</p>
<p>Geometriai alapfogalmak, pontthalmazok. Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása. Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása. Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.</p>
<p>Egybevágóság. Szimmetriák. Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben. Hasonlósági transzformációk. Hasonlóság. Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai,szögei, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.</p>

<p>Állítások, tételek jelentésére való emlékezés. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása. Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai. Állítások, tételek jelentésére való emlékezés Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Számítási feladatok. Vektorok, bázisrendszer. Vektorműveletek, vektorok alkalmazásai. Szögek általánosítása, trigonometriai összefüggések. Szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása. Térbeli alakzatok alkotóelemeinek távolsága, szöge, felszíne, térfogata.</p>
<p>Koordináta geometria</p>
<p>Geometria és algebra összekapcsolása. Pontok, vektorok koordinátarendszerben. Egyenes egyenletei. Kör egyenlete. Parabola egyenletei. Egyenesek, körök, parabolák kölcsönös helyzete koordinátarendszerben.</p>
<p>Kerület, terület, felszín- és térfogatszámítás Integrálszámítás</p>
<p>Háromszögek, négyszögek, sokszögek, kör kerülete, területe. Hengerek, hasábok, kúpok, gúla, csonka testek, gömb felszíne, térfogata. Határozott integrál, határozatlan integrál és használatuk. Terület- és térfogatszámítás inegrállal.</p>
<p>Statisztika Valószínűség-számítás,</p>
<p>Diagramok. Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlagok, szórás. Adathalmazok jellemzése Adathalmazok ábrázolása: oszlop-, kör- és sodrófa diagram. Statisztikai adatok értelmezése, kritikus értékelése, következtetések levonása. Eseményalgebra. Feltételes valószínűség. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. Geometriai valószínűség. Várható érték. Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel Binomiális és hipergeometriai modell használata.</p>
<p>A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.</p>