

GYULAI ERKEL FERENC GIMNÁZIUM ÉS KOLLÉGIUM

HELYI TANTERV
MATEMATIKA FAKULTÁCIÓ
11-12. ÉVFOLYAM



2022

MATEMATIKA (FAKULTÁCIÓ) 11–12. ÉVFOLYAM

TANTÁRGYI STRUKTÚRA ÉS ÓRASZÁMOK

11. évf.	12. évf.
heti 6 óra (összesen 216 óra)	heti 6 óra (összesen 192 óra)

11. ÉVFOLYAM

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák. Ezek a számonkérésre szánt óraszámokkal együtt értendők. Az óraszámok $36 \cdot 6 = 216$ éves órarmennyiséghez illeszkednek.

Témakör neve	Javasolt óraszám
Kombinatorika, gráfok	25
Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése	22
Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus	44
Exponenciális folyamatok vizsgálata	6
Trigonometria	41
Koordinátageometria	39
Sorozatok	26
Leíró statisztika	13
Összes óraszám:	216

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Kombinatorika, gráfok	Órakeret 25 óra
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <p>matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;</p> <ul style="list-style-type: none"> -a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot; -a kiválasztott modellben megoldja a problémát. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> -megold sorbarendezési és kiválasztási feladatokat; -konkrét szituációkat szemléltet és feladatokat megold gráfok segítségével; -ismeri a főbb gráftípusokat és alkalmazza ezeket problémamegoldásokban. 	
Fejlesztési feladatok és ismeretek		
<p>Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorbarendezési és kiválasztási feladatok megoldása A permutáció az ismétléses permutáció, a variáció, az ismétléses variáció, a kombináció képletének alkalmazása vegyes feladatokban. A kombinatorikai alapesetek bizonyítása/ az ismétléses kombináció nélkül/ A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása Ismeri és alkalmazza a binomiális tételt Ismeri a Pascal-háromszöget, a legfontosabb tulajdonságaival Mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában. Gráfokra vonatkozó fogalmak Teljes gráf éleinek száma Fagráf élei és csúcsai közötti összefüggés</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	faktoriális, binomiális együttható; csúcs fokszáma gráfban; többszörös él; hurokél; séta; körséta; út; kör; összefüggő gráf; egyszerű gráf; fagráf; komplementer gráf; izomorf gráf; teljes gráf, Pascal-háromszög	

<p>Javasolt tevékenységek</p>	<p>Anagramma készítése a tanulók neveiből A pókerben előforduló lehetséges nyerő lapkombinációk számának meghatározása A Pascal-háromszög és tulajdonságai felfedeztetése például kéttagú összeg hatványaiban szereplő együtthatók segítségével Különböző szituációk kétféle módon történő összeszámlálása és ebből következő egyszerű kombinatorikus összefüggések felfedezése Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel konkrét lejátszása, a tapasztalatok összegyűjtése</p>
-------------------------------	---

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése</p>	<p>Órakeret 22 óra</p>
<p>Tanulási eredmények</p>	<p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló: -ismeri és alkalmazza az oszthatóság alapvető fogalmait; -összetett számokat felbont prímszámok szorzatára, ismeri a számelmélet alaptételét; -tudja, hogy végtelen sok prímszám van; ismeri és alkalmazza a végtelen halmaz fogalmát; Halmazokon alkalmazza a de Morgan azonosságokat Példák véges, megszámlálhatóan végtelen és nem megszámlálhatóan végtelen halmazra, a megszámlálhatóan végtelen halmaz definíciója és bizonyításban való alkalmazása -meghatározza két természetes szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, és alkalmazza ezeket egyszerű gyakorlati feladatokban; -ismeri és alkalmazza az oszthatósági szabályokat; -tudjon oszthatósági feladatokat megoldani, $a^n - b^n$ és az $a^{2n+1} - b^{2n+1}$ kifejezés szorzattá alakítása; -tudja meghatározni természetes számok pozitív osztóinak számát; -érti a helyi értékes írásmódot 10-es és más alapú számrendszerekben; -tudjon n alapú($n \leq 9$) számrendszerben felírt számokat összeadni és kivonni; -ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig; -ismer példákat irracionális számokra.</p>	
<p>Fejlesztési feladatok és ismeretek</p>		
<p>Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényező felbontásból Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka) Számolás 10-estől különböző, 10-esnél kisebb alapú alapú számrendszerben: összeadás, kivonás Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete Példák irracionális számokra Mit értünk számhalmazok műveleti zártságán Végtelen sok prímszám igazolása</p>		
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>természetes szám, egész szám, racionális szám, irracionális szám, valós szám, relatív prímek, prímszám</p>	
<p>Javasolt tevékenységek</p>	<p>Oszthatósággal kapcsolatos „bűvésztükkök” bemutatása Számrendszerek segítségével megoldható rejtvenyek Tanulói kiselőadás a 10-estől különböző alapú számrendszerek használatáról a múltban és ennek mai napig tartó hatásairól Tanulói kiselőadás számelméleti érdekességekről, például tökéletes számok és barátságos számpárok, prímszámok, jelenleg ismert legnagyobb prím, titkosítás Halmazábra elkészítése a számhalmazokról</p>	
<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus</p>	<p>Órakeret 44 óra</p>

Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> -ismerje a permanencia elvet; -a gyökvonás és a racionális kitevőjű hatvány kapcsolatát megismeri és használja; -ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát; <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> ismeri és alkalmazza az n-edik gyök fogalmát; ismeri és alkalmazza a gyökvonás azonosságait; ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait; tudja szemléletesen értelmezni az irracionális kitevőjű hatványt; ismeri, bizonyítja és alkalmazza a logaritmusra vonatkozó azonosságokat/ szorzat, hányados, hatvány, áttérés más alapra/ képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol; adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.
Fejlesztési feladatok és ismeretek	
<p>Az n-edik gyök fogalmának ismerete és alkalmazása Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai Exponenciális egyenletek, egyenletrendszer megoldása Egyszerű exponenciális egyenlőtlenségek megoldása A logaritmus értelmezése Logaritmusfüggvények ábrázolása Logaritmus azonosságai Áttérés más alapú logaritmusra Egyszerűbb logaritmosos egyenletek megoldása Egyszerű logaritmosos egyenlőtlenségek megoldása Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához</p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	n-edik gyök, exponenciális függvény, logaritmus
Javasolt tevékenységek	<p>A permanencia-elv gyakorlati „kipróbálása” a definíció megadása előtt Matematikatörténeti érdekességek (például déloszi probléma) feldolgozása projektmunkában Különböző alapú exponenciális függvények ábrázolása milliméterpapíron, és a kapott grafikonok összehasonlítása csoportmunkában Nagy számok számjegyei számának meghatározása logaritmus segítségével 10-estől eltérő alapú logaritmus kiszámolása csak 10-es alapú logaritmus kiszámolására alkalmas számológéppel</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Exponenciális folyamatok vizsgálata	Órakeret 6 óra
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> -matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi; -ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> -adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít; -a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot; -a kiválasztott modellben megoldja a problémát; -a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát; -egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékészlet-vizsgálattal ellenőrzi; 	

	-megold egyszerű, a megfelelő definíció alkalmazását igénylő exponenciális egyenleteket, egyenlőtlenségeket.
Fejlesztési feladatok és ismeretek	
<p>Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban</p> <p>Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése</p> <p>Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése</p> <p>A gyakorlati (például pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása</p> <p>A kiválasztott modellben a probléma megoldása</p> <p>A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve</p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Nincsenek új fogalmak.
Javasolt tevékenységek	<p>Tanulói kiselőadás az exponenciálisan változó folyamatokról a természetben és a társadalomban</p> <p>Adatgyűjtés különböző forrásokból származó, exponenciális vagy közelítőleg annak tekinthető változókra csoportmunkában</p> <p>Gyakorlati, időben exponenciálisnak tekinthető változást mutató grafikonokra exponenciális függvény illesztése digitális eszköz segítségével, és az illesztett függvény paramétereinek értelmezése</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Trigonometria	Órakeret 41 óra
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> -ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> -ismeri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben; -ismeri tompaszögek szögfüggvényeinek származtatását a hegyesszögek szögfüggvényei alapján; -ismeri a szögek szögfüggvényeinek általános származtatását; -ismeri a szögfüggvényeinek összefüggéseit; -alkalmazza a szögfüggvényeket geometriai számítási feladatokban; -a szögfüggvény értékének ismeretében meghatározza a szöget; -kiszámítja háromszögek területét; -ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja; -átdarabolással kiszámítja sokszögek területét -térbeli alakzatok alkotóelemeinek távolságát, szögét kiszámolja. 	
Fejlesztési feladatok és ismeretek		
<p>Hegyeszög szinusza, koszinusza, tangense</p> <p>Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben</p> <p>Tompaszög szinusza, koszinusza, tangense</p> <p>Szögfüggvények általános definíciója</p> <p>Szögfüggvények(sin,cos,tg) ábrázolása és tarnszformációik</p> <p>Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszi összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei</p> <p>Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével</p> <p>Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében</p> <p>Szinusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása</p> <p>A szinusztétel bizonyítása</p> <p>A koszinusztétel bizonyítása</p> <p>Függvénytáblázat segítségével alkalmazása egyszerű feladatokban az addíciós összefüggéseknek $(\sin(\alpha + \beta), \cos(\alpha + \beta), \operatorname{tg}(\alpha + \beta), \sin 2\alpha, \cos 2\alpha, \operatorname{tg} 2\alpha$.</p>		

<p>Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása Definíciók és azonosságok közvetlen alkalmazását igénylő, és másodfokúra visszavezethető trigonometrikus egyenleteket megoldása Egyszerű trigonometrikus egyenlőtlenségek megoldása</p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	szinusz, koszinusz, tangens, szinusztétel, koszinusztétel periodicitás, paritás
Javasolt tevékenységek	Tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, ácsmunka, GPS működése Az iskolában vagy annak környezetében kijelölt, tetszőleges háromszög, illetve négyszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Koordinátageometria	Órakeret 39 óra
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> -ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat; -ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket, köztük a skalárszorzatot; -alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában; -megad pontot és vektort koordinátaival a derékszögű koordináta-rendszerben; -koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő ponthalmazokat; -koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal; -ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét; -egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére; -kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében; -megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében; -tudja levezetni $x^2 = 2py$ alakú parabola egyenletét -felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot. 	
Fejlesztési feladatok és ismeretek		
<p>A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása Az egyértelmű vektorfelbontás tétele Vektorok alkalmazása feladatok megoldásában Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái Vektor 90 fokos elforgatottjának koordinátái, alkalmazásuk feladatokban 2 vektor skalárszorzata kétféle kiszámításának ismerete és alkalmazása, vektorok hajlásszögének kiszámítása Szakaszfelezőpont, hamadolópontjai koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján(igazolásuk) A háromszög súlypontjának koordinátáira vonatkozó összefüggés igazolása és alkalmazása Egyenes egyenlete $y = mx + b$ vagy $x = c$ alakban Egyenes meredekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása a meredekségek alapján Egyenesek egyenletének felírása többféle kiindulási adatokkal(normálvektorral, irányvektorral) Az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái Egyenesek párhuzamosságának, merőlegességének koordinátageometriai feltételei Síkbeli egyenesek hajlásszögének kiszámítása A kör egyenletének levezetése és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében A kör és a másodfokú kétismeretlenes egyenlet kapcsolata</p>		

<p>A kétismeretlenes másodfokú köregyenletből a sugár és a középpont meghatározása Kör és egyenes metszéspontja Kör adott pontjában húzott érintő egyenlete Két kör kölcsönös helyzete, metszéspontjaik Feladatok megoldása y tengellyel párhuzamos tengelyű parabolákkal</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, egyenes meredeksége, normálvektor, irányvektor, kör egyenlete, parabola, y tengellyel párhuzamos tengelyű parabola egyenlete</p>
<p>Javasolt tevékenységek</p>	<p>„Torpedójáték” koordináta-rendszerben Helymeghatározás térképen a szélességi és hosszúsági adatok segítségével Ház/lakás alaprajzának elkészítése koordináta-rendszerben, az eredeti adatok alapján Játék helyvektorokkal dinamikus geometriai szoftver használatával Gondolattérkép készítése a koordináta-geometria kapcsolatainak bemutatására csoportos vagy egyéni munkaformában „Oroszlánfogás”: lineáris egyenlőtlenységrendszer megoldása grafikusán, digitális eszköz segítségével „Célba lövés”: játék körökkel a koordináta-rendszerben</p>

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>Sorozatok</p>	<p>Órakeret 26 óra</p>
<p>Tanulási eredmények</p>	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére: -ismeri és alkalmazza a sorozat fogalmát; -megismeri a sorozatok fajtáit és tulajdonságait -megismeri a végtelen mértani sor fogalmát. A témakör tanulása eredményeként a tanuló: -számítani és mértani sorozatokat adott szabály alapján felír, folytat; -a számtani/mértani sorozat n-edik tagját felírja az első tag és a különbség (differencia)/hányados (kvóciens) ismeretében; -a számtani/mértani sorozatok első n tagjának összegét kiszámolja; -ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát; -mértani sorozatokra vonatkozó ismereteit használja gazdasági, pénzügyi, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában -sorozat határértékét meghatározza; -kiszámolja a végtelen mértani sor összegét; -tudja meghatározni tizedes tört szám közönséges tört alakját.</p>	
<p>Fejlesztési feladatok és ismeretek</p>		
<p>A számsorozat fogalmának ismerete Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval Számtani és mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint Számtani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege Mértani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege A számtani és a mértani sorozat első n tagjának összegére vonatkozó képlet bizonyítása Számtani és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában Megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjárdék és törlesztőrészlet számítása Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása Sorozatok korlátossága, monotonitása, konvergenciája A határérték szemléletes és pontos definíció. Műveletek konvergens sorozatokkal, egyszerűbb sorozatok összegének, különbségének, szorzatának, hányadosának határértéke Konvergens és divergens sorozatok Konvergens sorozatok tulajdonságai Nevezetes sorozatok Rendőrelv</p>		

Végtelen mértani sor összegének levezetése és az összegképlet alkalmazása egyszerűbb feladatokban	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	számsorozat, tőke, kamatláb, kamat, futamidő, gyűjtőjárdék, törlesztőrészlet, konvergens sorozat, divergens sorozat, végtelen mértani sor
Javasolt tevékenységek	Tanulói kiselőadás tartása nevezetes sorozatokról, például Fibonacci-sorozat Az első 100 pozitív természetes szám összegének meghatározása a „kis” Gauss módszerével A sakktablára elhelyezett, mezőről mezőre kétszeres számú búzaszemek kérdésének bemutatása Valódi pénzügyi termékek kamatozási és egyéb feltételeinek összehasonlítása csoportmunkában internetes adatgyűjtés segítségével

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Leíró statisztika	Órakeret 13 óra
Tanulási eredmények	A témakör tanulása eredményeként a tanuló: -adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez; -hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli; -tud átlagokat számolni; -ismeri és alkalmazza a sodrófa (box-plot) diagramot adathalmazok jellemzésére, összehasonlítására; -felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.	
Fejlesztési feladatok és ismeretek		
A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középértékekkel és szóródási mutatókkal Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	reprezentatív minta, sodrófa (box-plot) diagram, minimum, maximum, kiugró adat, kvartilisek, terjedelem, átlagos abszolút eltérés, szórás	
Javasolt tevékenységek	Példák reprezentatív és nem reprezentatív mintavételre Szavazások szimulálása és különböző szavazatértékelő rendszerek vizsgálata iskolai körülmények között A Simpson-paradoxon bemutatása példákon Az interneten található, megbízható forrásból (pl. KSH honlapja) származó statisztikák értelmezése, elemzése, lehetséges következtetések megfogalmazása Különböző forrásokból származó adathalmazok statisztikai elemzése, értékelése, ezekből valamilyen adott szempont alapján manipulatív és nem manipulatív diagram készítése	

12. évfolyam

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák. Ezek a számonkérésre szánt óraszámokkal együtt értendők. Az óraszámok $32 \cdot 6 = 192$ éves órarmennyiséghez illeszkednek.

Témakör neve	Javasolt óraszám
Halmazok, matematikai logika	4
Folytonosság, differenciálszámítás	33
Térgeometria	30
Integrálszámítás	35
Valószínűség-számítás	28
Rendszerező összefoglalás	62
Összes óraszám:	192

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Halmazok, matematikai logika	Órakeret 6 óra
Tanulási eredmények	A témakör tanulása eredményeként a tanuló: -látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat; -megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét; -ismeri a bizonyítások típusait: direkt, indirekt, teljes indukciós, skatulyaelves; -tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani, konkrét esetekben tételt megfordítani.	
Fejlesztési feladatok és ismeretek		
A halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok bemutatása példákon keresztül Logikai kifejezések megfelelő használata Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása Stratégiai és logikai játékok		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	logikai műveletek	
Javasolt tevékenységek	A tanulók mindennapi tapasztalataihoz köthető, összetett állítások logikai értékének meghatározása igazságtáblázat segítségével Rejtvényűjságokban szereplő feladványok megfejtése következtetések láncolatán keresztül Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő” Stratégiai játékok, például NIM játékok, táblás játékok Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Folytonosság, differenciálszámítás	Órakeret 33 óra
Tanulási eredmények	A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére: -megismerkedjen a függvények vizsgálatának új módszerével, -a függvény folytonossága és határértéke fogalmakat megalapozza, -a differenciálszámítás módszereinek használatával képes a függvények lokális és globális tulajdonságainak vizsgálatára. A témakör tanulása eredményeként a tanuló: -a matematikán kívüli területeken is (fizika, közgazdaságtan) alkalmazásokat kereshet.	
Fejlesztési feladatok és ismeretek		
Függvény határértéke. A függvények határértékének szemléletes fogalma, pontos definíciói. Jelölések. Függvények véges helyen vett véges; végtelenben vett véges; végtelenben vett végtelen határértéke. A sorozatok és a függvények határértékének kapcsolata. A $\sin x/x$ függvény vizsgálata, az $x = 0$ helyen vett határértéke. A függvények folytonossága.		

<p>Példák folytonos és nem folytonos függvényekre. A folytonosság definíciói. Intervallumon folytonos függvények. Korlátos és zárt intervallumon folytonos függvények tulajdonságai. Bevezető feladatok a differenciálhányados fogalmának előkészítésére. A függvénygörbe érintőjének iránytangense. A pillanatnyi sebesség meghatározása.</p> <p>A differenciálhatóság fogalma. A különbségi hányados függvény, a differenciálhányados (derivált), a deriváltfüggvény. Példák nem differenciálható függvényekre is. Kapcsolat a differenciálható és a folytonos függvények között. Alapfüggvények deriváltja: Konstans függvény, xn, trigonometrikus függvények deriváltja. Műveletek differenciálható függvényekkel. Függvények összegének, különbségének, szorzatának, hányadosának fogalma és ezek alkalmazása Összetett függvény fogalma, képzésének módja Függvény konstansszorosának deriváltja, összeg-, szorzat-, hányados-, összetett függvény deriváltja. Inverz függvény deriváltja. Exponenciális és logaritmikusfüggvény deriváltja. (Bizonyítás nélkül.)</p> <p>A függvény tulajdonságai és a derivált kapcsolata. Lokális növekedés, fogyás – intervallumon monoton függvény. Szélsőérték – lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték. A szükséges és az elégséges feltételek pontos megfogalmazása, alkalmazása.</p> <p>Konvexitás vizsgálata deriválással. A konvexitás definíciója. Inflexiós pont. A második derivált és a konvexitás kapcsolata.</p> <p>Függvényvizsgálat differenciálszámítással. Gyakorlati jellegű szélsőérték-feladatok megoldása.</p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvényfolytonosság, -határérték. Különbségi hányados függvény, derivált, deriváltfüggvény, magasabbrendű derivált. Monotonitás, lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték. Konvex, konkáv függvény.
Javasolt tevékenységek	<ul style="list-style-type: none"> -a valós számok halmazán értelmezett függvények jellemzése; - számítógépes szoftver alkalmazása függvények grafikonjának megrajzolására; - az út-idő függvény és a pillanatnyi sebesség kapcsolata, - Magasabbrendű deriváltak. - Matematikatörténet: Fermat, Leibniz, Newton, Cauchy, Weierstrass - Középtértéktételek

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Térgeometria	Órakeret 30 óra
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</p> <ul style="list-style-type: none"> - ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt. <p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> -ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét; -ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén; ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált; 	

	<p>-sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;</p> <p>-ismeri és alkalmazza a hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságait;</p> <p>-lerajzolja a kocka, téglatest, egyenes hasáb, egyenes körhenger, egyenes gúla, forgáskúp hálóját;</p> <p>-kiszámítja a speciális testek felszínét és térfogatát egyszerű esetekben;</p> <p>-ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket;</p> <p>-ismeri és alkalmazza a hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételeket.</p>
--	---

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Tételek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban, kitérő egyenesek távolsága és szöge is

A terület, térfogat, űrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete

Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete

Sík- és térgeometriai feladatoknál a válasz megadása a problémának megfelelő mértékegységben

A hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban

A kocka, a téglatest, az egyenes hasáb, az egyenes körhenger, az egyenes gúla és a forgáskúp hálójának lerajzolása konkrét esetekben

A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással

Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása

A hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása

A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása

Kulcsfogalmak/ fogalmak	kocka, téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp, egyenes test, forgástest, n-oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplap, oldallap, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test hálója
----------------------------	--

Javasolt tevékenységek	<p>Hétköznapi tárgyak (üdítődoboz, vizesflakon, tejfölddoboz stb.) térfogatának megállapítása méréssel, a kapott eredmény összehasonlítása a tárgyon szereplő értékkel</p> <p>A Louvre bejárataként épített üvegpiramis földfelszín feletti térfogatának és az üvegfelület felszínének meghatározása (szükséges adatok gyűjtése az internetről)</p> <p>Annak becslése csoportmunkában, hogy a teret milyen arányban tudjuk kitölteni egybevágó érintkező gömbökkel különböző elrendezések esetén</p> <p>Különböző méretű, megközelítőleg gömb alakú gyümölcsök térfogatának és felszínének becslése, a becslés ellenőrzése méréssel</p> <p>A Föld felszínének és térfogatának közelítése földgömbmodellen méréssel és számolással, majd a kapott értékek összevetése a hivatalos adatokkal</p> <p>Projekt munka a gömbről: hogyan jelenik meg a gömb a mindennapi életben, a többi tantárgyban és a matematikában; a gömbi geometria alapjai</p>
---------------------------	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Integrálszámítás	Órakeret óra
Tanulási eredmények	<p>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Az integrálszámítás módszereivel találkozva a közelítő módszerek ismeretének bővíti tudását. -A függvény alatti terület alkalmazását a matematika és a fizika több területén használhatja -Áttekintő képe alakul ki a térgeometriáról, a felszín- és térfogatszámítás módszereiről 	
Fejlesztési feladatok és ismeretek		

Bevezető feladatok az integrál fogalmához
 Függvény grafikonja alatti terület.
 A megtett út és a sebesség-idő grafikon alatti terület.
 A munka kiszámítása az erő-út grafikon alatti terület alapján.
 Alsó és felső közelítő összegek.
 Az intervallum felosztása, a felosztás finomítása.
 Közelítés véges összegekkel.
 A határozott integrál fogalma, jelölése.
 A szemléletes megközelítésre alapozva eljutás a pontos definícióig.
 Példa nem integrálható függvényre is. Negatív függvény határozott integrálja.
 A határozott integrál és a terület-előjeles terület. Az integrál közelítő kiszámítása.
 Az integrálhatóság szükséges és elegendő feltétele.
 Korlátos és monoton függvények integrálhatósága.
 A határozott integrál tulajdonságai
 Az integrál mint a felső határ függvénye.
 Integrálfüggvény.
 Folytonos függvény integrálfüggvényének deriváltja. Kapcsolat a differenciálszámítás és az integrálszámítás között.
 A primitív függvény fogalma.
 A primitív függvények halmaza a határozatlan integrál:
 hatványfüggvény, polinomfüggvény,
 trigonometrikus függvények.
 A Newton-Leibniz-tétel.
 Az integrálszámítás alkalmazása szélsőértékes feladatok megoldására.
 Két függvénygörbe közötti terület meghatározása.

Forgástest térfogatának meghatározása.
 Henger, kúp, csonkakúp, csonkagúla térfogata

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Alsó- és felső közelítő összeg, határozott integrál. Primitív függvény, határozatlan integrál. Newton-Leibniz-tétel
Javasolt tevékenységek	Cavalieri-elv Területszámítási módszerek alkalmazása a matematika más témaköreiben. (Pl. geometriai bizonyításokban.) Számítógépes szoftver használata a határozott integrál szemléltetésére Gömb felszínének levezetése (Heurisztikus, nem precíz módszerrel) Euler-féle poliéder-tétel. (Bizonyítás nélkül.) Szabályos testek Gömb, gömbszelet térfogata Integrálás helyettesítéssel Az integrálás közelítő módszerei – numerikus módszerek Matematikatörténet: Newton, Leibniz, Euler, Bernhard Riemann

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Valószínűségszámítás	Órakeret 18 óra
Tanulási eredmények	A témakör tanulása eredményeként a tanuló: - konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza; - ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet; - ismeri és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét; - meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén.	
Fejlesztési feladatok és ismeretek		

<p>Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre</p> <p>Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására</p> <p>Példák ismerete független és nem független eseményekre</p> <p>A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása</p> <p>A geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása</p> <p>Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén</p> <p>Binomiális eloszlás és a hipergeometrikus eloszlás értelmezése és alkalmazásával konkrét feladatok megoldása</p> <p>Feltételes valószínűség definiálása és alkalmazása</p> <p>A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban</p> <p>Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)</p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	<p>események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események, geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel, várható érték</p>
Javasolt tevékenységek	<p>Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (pl. szabályos dobókockákkal, pénzérmével dobálás); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; becslés az egyes kimenetekre, illetve összetett események valószínűségére csoportmunkában</p> <p>Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában</p> <p>Orvosi tesztek eredményének esélyelemzése fagráf segítségével</p> <p>Egyszerű valószínűségi játékokhoz kapcsolódóan a várható nyereség és az igazságosság fogalmának kialakítása</p> <p>Konkrét bank konkrét befektetési portfóliójának értelmezése, elemzése</p> <p>Néhány konkrét biztosítási ajánlat értelmezése, elemzése</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Rendszerező összefoglalás	Órakeret 51 óra
Előzetes tudás	A középiskolai matematika anyaga.	
Nevelési-fejlesztési célok	<p>A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás.</p> <p>Hatékony, önálló tanulás kompetenciájának fejlesztése.</p> <p>Felkészítés az emelt szintű érettségi vizsgára</p>	
Fejlesztési feladatok és ismeretek		
Gondolkodási és megismerési módszerek		
<p>Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.</p> <p>Véges és végtelen halmazok. Halmazműveletek.</p> <p>A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegegyenes, koordináta-rendszer).</p> <p>Állítások logikai értéke. Logikai műveletek. A szükséges, az elégséges, a szükséges és elégséges fogalmak ismerete és használata.</p> <p>Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.</p> <p>A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.</p> <p>Halmazok eszközjellegű használata.</p> <p>Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.</p> <p>Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.</p> <p>Bizonyítási módszerek.</p> <p>Direkt és indirekt bizonyítás közötti különbség megértése. Néhány tipikusan hibás következtetés bemutatása, elemzése.</p> <p>Skatulyaelv, teljes indukció.</p> <p>Kombinatorika: leszámplálási feladatok. Egyszerű feladatok megoldása gráfokkal.</p> <p>Sorbarendezési és kiválasztási problémák felismerése: Permutáció, variáció, kombináció.</p> <p>Gráfok: tanult fogalmak, tételek.</p>		

<p>Gondolatmenet szemléltetése gráffal. Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok. Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései: valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel.</p>
<p>Számтан, algebra</p>
<p>Gyakorlati számítások. Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés. Polinom fogalma, fokszáma, fokszám szerinti rendezése; Polinomokkal végzett műveletek, nevezetes azonosságok. Egyenletek és egyenlőtlenségek. Nevezetes egyenlőtlenségek. Megoldások az alaphalmaz, értelmezési tartomány,értékkészlet, szorzattá alakítás, megoldáshalmaz megfelelő kezelésével. Algebrai azonosságok, hatványozás, gyökvonás, azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok és ezek bizonyításai. Az azonosságok szerepének ismerete, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.</p>
<p>Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások, értelmezési tartomány vizsgálata, értékkészlet vizsgálata;. A megoldások ellenőrzése. Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. Az önellenőrzésre való képesség. Önfegyelem fejlesztése: sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás. Első- és másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség. Négyzetgyökös egyenletek. Paraméteres elsőfokú egyenletek, abszolút értéket tartalmazó, törtes egyenletek. Exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenletek, egyszerű egyenlőtlenségek. Bizonyítása és alkalmazása a másodfokú egyenlet megoldóképletének és a gyökök, együtthatók közötti összefüggésnek.Másodfokú parameters egyenletek. Tanult egyenlettípusok és egyenlőtlenségtípusok önálló megoldása. Elsőfokú és másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer, első és másodfokú egyenlőtlenségrendszerek megoldása. Elsőfokú háromismeretlenes egyenletrendszerek megoldása, A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása. Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető gyakorlati életből vett és szöveges feladatok. Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés.</p>
<p>Függvények, sorozatok</p>
<p>A függvény megadása. A függvények tulajdonságai. Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete. Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása konkrét feladatokban. Függvények megszorításának és kiterjesztésének fogalma Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai. A tanult alapfüggvények ismerete.Inverzfüggvény fogalma és egy példa. Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése). Függvénytranszformációk: $f(x) + c$, $f(x + c)$; $cf(x)$; $f(cx)$. $c \cdot f(x + b) + d$, ill. $c \cdot f(ax) + d$.Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen. Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk. Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint. Emlékezés, ismeretek mozgósítása. Függvények használata valós folyamatok elemzésében. Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében. Sorozatok: fogalma, számtani, mértani, sor, korlátossága, monotonitása, határértéke.Kamatszámítás. Függvények folytonossága, tanult határértékei. Differenciálszámítás Függvénydiszkusszió, szélsőértékes vizsgálatok.</p>

Geometria, trigonometria
<p>Geometriai alapfogalmak, ponthalmazok. Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása. Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása. Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.</p>
<p>Egybevágóság. Síkidomok egybevágósága. Kapcsolódó tételek és bizonyításaik. Szimmetriák. Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben. Hasonlósági transzformációk. Hasonlóság. Síkidomok hasonlósága. Kapcsolódó tételek és bizonyításaik. Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Háromszög különböző területképletekkel: $t = \frac{am}{2}$, $t = sr$ (bizonyítással), A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei, avonatköz fogalmak, tételek ismerete, bizonyítása Összefüggések a háromszög oldalai, szögei, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések, fogalmak, tételek, bizonyítások. Állítások, tételek jelentésére való emlékezés. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása. Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai. Érintőnégyszögek, húrnégyszögek. Szabályos sokszögek területe. Állítások, tételek jelentésére való emlékezés Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Számítási feladatok. Vektorok, bázisrendszer. Vektorműveletek, vektorok alkalmazásai. Szögek általánosítása, trigonometriai összefüggések. Szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása. Térbeli alakzatok alkotóelemeinek távolsága, szöge, felszíne, térfogata.</p>
Koordináta geometria
<p>Geometria és algebra összekapcsolása. Pontok, vektorok koordinátarendszerben. Egyenes egyenletei. Kör egyenlete. Parabola egyenletei. Egyenesek, körök, parabolák kölcsönös helyzete koordinátarendszerben.</p>
<p>Kerület, terület, felszín- és térfogatszámítás Integrálszámítás</p>
<p>Háromszögek, négyszögek, sokszögek, kör kerülete, területe. Hengerek, hasábok, kúpok, gúla, csonka testek, gömb felszíne, térfogata. Határozott integrál, határozatlan integrál és használatuk. Terület- és térfogatszámítás integrállal.</p>
<p>Statisztika Valószínűség-számítás,</p>

Diagramok. Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlagok, szórás.

Adathalmazok jellemzése

Adathalmazok ábrázolása: oszlop-, kör- és sodrófa diagram.

Statisztikai adatok értelmezése, kritikus értékelése, következtetések levonása.

Eseményalgebra.

Feltételes valószínűség.

A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján.

Geometriai valószínűség.

Várható érték.

Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel

Binomiális és hipergeometrikus modell használata.

A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.